หน่วยที่ 3
สนามแม่เหล็กไฟฟ้า

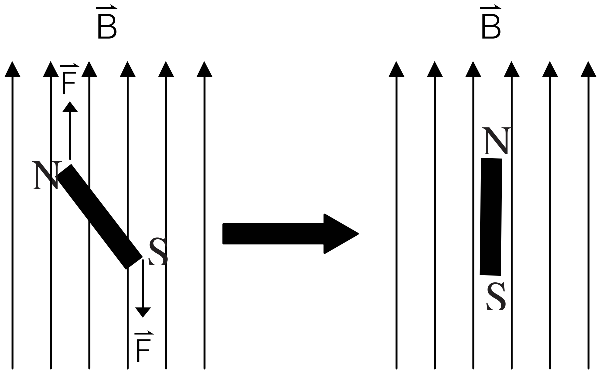
3.1 ความเป็นมาเรื่องสนามแม่เหล็ก

มนุษย์รู้จักอำนาจแม่เหล็กจากแม่เหล็กธรรมชาติซึ่งเป็นสารประกอบประเภทแมกเนไทต์ (Fe_3O_4) นำไปใช้ประโยชน์ในการบอกทิศ เพราะเมื่อให้แท่งเหล็กหมุนได้อย่างอิสระ มันจะวางตัวในแนวเหนือใต้ แท่งแม่เหล็กสามารถดูดชิ้นเหล็กเล็ก ๆ ขั้วแม่เหล็กชนิดเดียวกันจะผลักกัน ขั้วแม่เหล็กต่างชนิดกันจะดูดกัน การศึกษาเรื่องอำนาจแม่เหล็กเพิ่งจะเริ่มจริงจังเมื่อต้นคริสตศตวรรษที่ 19 เออร์สเตด พบว่าเมื่อนำเข็มทิศไปวางไว้ใกล้ ๆ ตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน เข็มทิศจะเบี่ยงเบนไปจากแนวปกติ แสดงว่ากระแสไฟฟ้าในตัวนำทำให้เกิดสนามแม่เหล็กได้ ฟาราเดย์ได้ศึกษาเกี่ยวกับกระแสไฟฟ้าที่เกิดจากขดลวดถูกเหนี่ยวนำในสนามแม่เหล็ก แมกซเวลล์ (Maxwell)ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าซึ่งเป็นทฤษฎีที่สำคัญอย่างยิ่งสำหรับอธิบายปรากฏการณ์เกี่ยวกับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

การศึกษากฎเกณฑ์ทางแม่เหล็กในระยะแรก ได้พยายามเลียนแบบการศึกษาแรงทางไฟฟ้าคือ มีการกำหนด "ขั้วแม่เหล็ก" เช่นเดียวกับ "ประจุ" ในเรื่องแรงทางไฟฟ้า แต่ขั้วแม่เหล็กไม่มีขั้วเดี่ยวอิสระ แท่งแม่เหล็กจะมีขั้วเป็นคู่ มีขนาดเท่ากันและต่างชนิดกัน การนิยามขั้วแม่เหล็กจึงไม่เกิดประโยชน์อะไรที่จะใช้อธิบายอำนาจแม่เหล็ก ปัจจุบันได้เปลี่ยนแนวมาศึกษาในแง่ที่ว่าการเคลื่อนที่ของประจุทำให้เกิดอำนาจแม่เหล็กของสาร สมบัติทางไฟฟ้าและทางแม่เหล็กของสารต่าง ๆ เป็นผลเนื่องจากประจุในสารนั้น

แท่งแม่เหล็กหรือตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านจะมีอำนาจแม่เหล็กรอบ ๆแท่งแม่เหล็กหรือตัวนำนี้ เรียกบริเวณที่แท่งแม่เหล็กหรือตัวนำสามารถแสดงอำนาจแม่เหล็กว่าสนามแม่เหล็ก (Magnetic Induction, $\vec{B}$) สนามแม่เหล็กเป็นปริมาณเวกเตอร์ สามารถใช้เส้นแรงแม่เหล็ก (Line of Induction) บอกทิศและขนาดของสนามแม่เหล็กได้ สนามแม่เหล็กมีหน่วยเป็น 1 เวเบอร์ต่อตารางเมตรหรือ เทสลา (Tesla) หน่วยของ B ที่นิยมใช้แต่เดิมคือ เกาส์ (Gauss) โดยที่ 1 เวเบอร์ต่อตารางเมตร เท่ากับ 10^4 เกาส์ สนามแม่เหล็กที่มีค่าสูงสุดที่สร้างได้ในห้องปฏิบัติการประมาณ 10 เวเบอร์/เมตร^2 สนามแม่เหล็กโลกมีค่าประมาณ 10^{-5} เวเบอร์ต่อตารางเมตรเท่านั้น ถ้าหากว่าเรานำแม่เหล็กมาผูกเชือกแขวนไว้ จะปรากฏว่าแม่เหล็กจะชี้ทิศเหนือใต้ตามขั้วของสนามแม่เหล็กโลก โดยปลายที่ชี้ทิศเหนือ เรียกว่าขั้วเหนือ ส่วนปลายที่ชี้ทิศใต้เรียกว่าขั้วใต้ โดยเปรียบโลกเป็นแท่งแม่เหล็ก มีขั้วใต้อยู่ทางขั้วโลกเหนือ และมีขั้วเหนืออยู่ทางขั้วโลกใต้

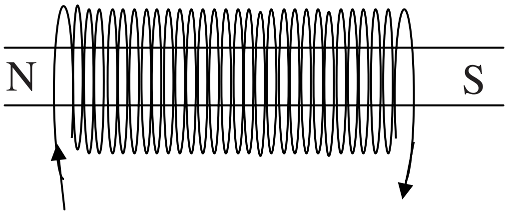
ถ้าเรานำแท่งแม่เหล็กถาวรไปวางไว้ในสนามแม่เหล็ก จะทำให้แม่เหล็กหมุนไปอยู่ในสนามแม่เหล็กดังรูปที่ 3.1 ซึ่งแสดงว่ามีทอร์กกระทำกับแท่งแม่เหล็ก เป็นการบอกว่ามีสนามแม่เหล็ก โดยสนามแม่เหล็กมีทิศอยู่ในแนวเหนือใต้



รูป 3.1 การนำแท่งแม่เหล็กมาวางในสนามแม่เหล็ก

3.2 **การค้นพบของเออร์สเตต**

ค.ศ. 1819 เออร์สเตต พบว่าเมื่อนำเข็มทิศมาวางขนานกับเส้นลวดตัวนำที่มีกระแสไหลผ่านจะทำให้เข็มของเข็มทิศเบนไปจากเดิม แสดงว่าเมื่อนำกระแสไฟฟ้าผ่านเส้นลวดทำให้เกิดสนามแม่เหล็ก ต่อมาเออร์สเตตได้ทำการทดลองเพื่อหาลักษณะของสนามแม่เหล็กโดยนำเส้นลวดที่ยาวมากมาขดเป็นขดลวดโซเลนอยด์แล้วผ่านกระแสไฟฟ้าเข้าไป ปรากฏว่าเกิดสนามแม่เหล็กขึ้นภายในแกนของขดลวดโซเลนอยด์ ดังรูปที่ 3.2

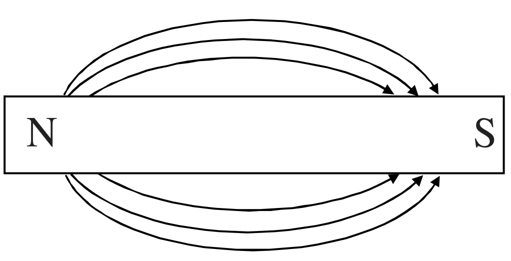


รูป 3.2 การทดลองของเออร์สเตต

สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นมีลักษณะคล้ายแม่เหล็กถาวร คือมีขั้วเหนือและขั้วใต้ ถ้านำแท่งแม่เหล็กถาวรเข้ามาใกล้ ๆ ก็จะเกิดแรงกระทำต่อแท่งแม่เหล็กนั้น

3.3 **แรงแม่เหล็กกระทำต่อประจุที่เคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็ก**

สนามแม่เหล็กจะมีทิศพุ่งจากขั้วเหนือไปยังขั้วใต้ ดังรูป 3.3



รูปที่ 3.3 ทิศของของสนามแม่เหล็ก

เมื่อวางประจุไฟฟ้า q ที่ตำแหน่งใด ๆ ในปริภูมิ ถ้ามีแรง $\vec{F}$ กระทำกับประจุนั้น กล่าวได้ว่าบริเวณนั้นมีสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ แรงที่สนาม $\vec{E}$ กระทำกับประจุ q คือ

$$\vec{F} = q\vec{E} \qquad \text{.....................} \qquad (3.1)$$

ถ้าประจุ q เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v}$ ในบริเวณใด ๆ แล้วมีแรงภายนอกกระทำกับประจุ กล่าวได้ว่าบริเวณนั้นมีสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ พบว่าแรงที่สนามแม่เหล็กกระทำกับประจุนั้นทีทิศตั้งฉากกับความเร็ว และตั้งฉากกับทิศของสนามแม่เหล็ก มีขนาดแปรตามขนาดของความเร็ว และขนาดของสนามแม่เหล็ก แรงแม่เหล็กที่กระทำบนประจุเขียนได้เป็น

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \qquad \text{หรือ} \qquad |\vec{F}| = qvB\sin\theta \qquad \text{.....................} \qquad (3.2)$$

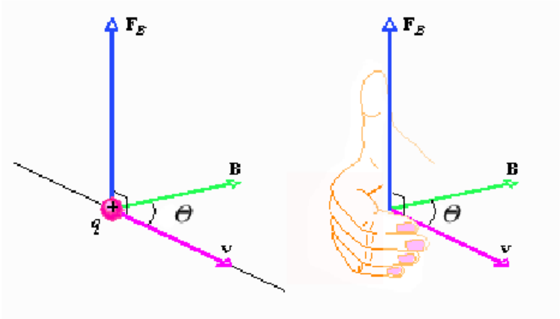
F มีหน่วยเป็น นิวตัน (N)

v มีหน่วยเป็น เมตร/วินาที (m/s)

q มีหน่วยเป็น คูลอมบ์ (C)

B มีหน่วยเป็น นิวตัน/(คูลอมบ์-เมตร/วินาที) (N.s/C.m) หรือ กิโลกรัม/วินาที-คูลอมบ์ (kg/s.C) หรือ เทสลา (T)

θ คือมุมระหว่าง v และ B



รูป 3.4 ทิศของแรงที่กระทำกับประจุในสนามแม่เหล็ก

สนามแม่เหล็ก 1 เทสลา หมายถึงความเข้มของสนามที่ทำให้เกิดแรง 1 นิวตัน บนประจุ 1 คูลอมบ์ ที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 1 เมตร/วินาที ในทิศทางตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก

ถ้าประจุเคลื่อนที่ผ่านบริเวณที่มีทั้งสนามไฟฟ้า และ สนามแม่เหล็ก แรงทั้งหมดจะเป็นผลรวมของแรงที่กระทำโดยสนามไฟฟ้าและแรงที่กระทำโดยสนามแม่เหล็ก

$$\vec{F} = q\vec{E} + (q\vec{v} \times \vec{B}) \qquad \text{.....................} \qquad (3.3)$$

ตัวอย่าง 3.1 โปรตอน 1 ตัวเคลื่อนที่ผ่านสนามแม่เหล็กโลกในแนวตั้งฉากกับทิศของสนามด้วยความเร็ว 10^{7} เมตร/วินาที ความเข้มของสนามแม่เหล็กโลกที่เส้นศูนย์สูตรประมาณ 10^{-5} เทสลา จงหาแรงที่กระทำบนโปรตอนโดยสนามนี้ และเปรียบเทียบกับขนาดของแรงโน้มถ่วง

วิธีทำ แรงแม่เหล็กที่กระทำบนโปรตอน = $q\,v\,B\sin(\pi/2)$

= $(1.6\times10^{-19})(10^{7})(10^{-5})$

= 1.6×10^{-17} นิวตัน

แรงโน้มถ่วงบนโปรตอน = mg

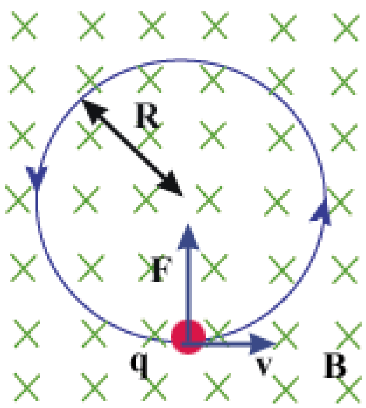
= $(1.6\times10^{-27})(9.81)$

= 1.6×10^{-26} นิวตัน

แรงแม่เหล็กมีค่าประมาณ 10^{9} เท่าของแรงโน้มถ่วง

3.4 ทางเดินของประจุในสนามแม่เหล็กที่สม่ำเสมอ

เมื่อประจุเคลื่อนที่เข้าไปในสนามแม่เหล็กด้วยความเร็วต้นตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก พบว่า ประจุจะเคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบที่ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก



รูป 3.5 ประจุบวกเคลื่อนที่เป็นวงกลมในสนามแม่เหล็ก

ประจุเคลื่อนที่เป็นวงกลม แรงแม่เหล็กที่กระทำบนประจุ จะต้องเท่ากับแรงเข้าสู่ศูนย์กลาง

$$qvB = mv^{2}/R \quad \text{.....................} \quad (3.4)$$

$$R = \frac{mv}{qB} \quad \text{.....................} \quad (3.5)$$

รัศมีเป็นสัดส่วนโดยตรงกับโมเมนตัม และเป็นสัดส่วนผกผันกับสนามแม่เหล็ก

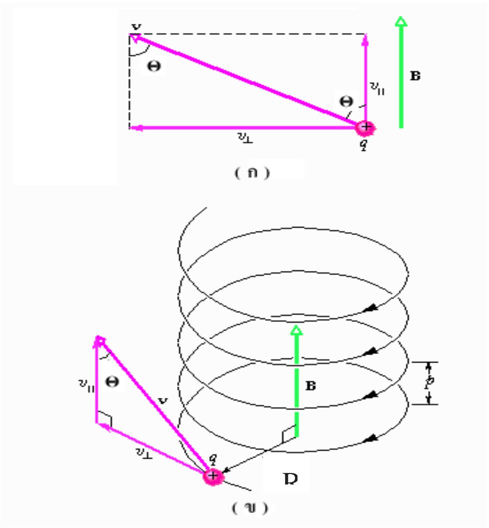
ความถี่เชิงมุม (ω) $= v / R = qB/m$

คาบของการหมุน $T = 2\pi R / v = 2\pi / \omega = 2\pi / qB$

จากสมการ ความถี่เชิงมุม และ คาบไม่ขึ้นอยู่กับอัตราเร็ว และ รัศมีวงโคจร ความถี่ $\omega / 2\pi$ เรียกว่า ความถี่ไซโคตรอน (cyclotron frequency)

3.5 เมื่ออนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าเคลื่อนที่ทำมุม θ กับสนามแม่เหล็ก

เส้นทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคจะเป็นเกลียวดังรูป



รูป 3.6 ประจุเคลื่อนที่เป็นเกลียวในสนามแม่เหล็ก เมื่อความเร็วของประจุทำมุมใด ๆ กับสนามแม่เหล็ก

การเคลื่อนที่เป็นเกลียวในสนามแม่เหล็กจะเกิดขึ้นในกรณีที่ทิศของความเร็วทำมุม θ ใด ๆ กับทิศของสนามแม่เหล็ก ความเร็วจะถูกแตกออกเป็นสองส่วน คือความเร็วย่อยในแนวตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก ซึ่งจะทำให้ประจุเคลื่อนที่เป็นวงกลม และความเร็วย่อยในแนวขนานกับสนามแม่เหล็ก ซึ่งจะทำให้ประจุเคลื่อนที่ไปในทิศขนานกับสนามแม่เหล็ก ประจุจึงเคลื่อนที่เป็นเกลียว รัศมีของเกลียว R หาได้จาก

$$R = \frac{mv\sin\theta}{qB} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (3.6)$$

คาบของการเคลื่อนที่เป็นเกลียวครบ 1 รอบ หาได้จาก

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{v\ \sin\theta}\left(\frac{mv\ \sin\theta}{qB}\right)$$

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (3.7)$$

p เป็นระยะห่างระหว่างเกลียวหาได้จาก

$$p = (v\cos\theta)T$$

$$p = \frac{(v\ \cos\theta)(2\pi m)}{qB} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (3.8)$$

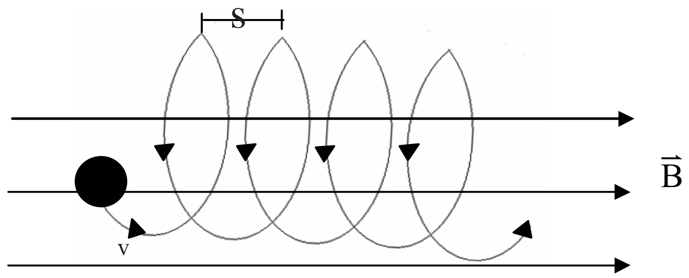
ตัวอย่าง 3.2 อิเล็กตรอนตัวหนึ่งวิ่งด้วยความเร็ว 10^6 m/s เข้าไปในสนามแม่เหล็กคงที่ 10^{-3} เทสลา โดยทำมุม 53° ต่อกัน

ก) จงอธิบายลักษณะการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน

ข) หารัศมีการเคลื่อนที่

ค) หาระยะระหว่างเกลียว

วิธีทำ ก) เมื่ออิเล็กตรอนวิ่งเข้าสู่สนามแม่เหล็กโดยทำมุม 53° ทางเดินจะเป็นเกลียวดังรูป



ข) R $= \dfrac{mv\sin\theta}{qB}$

$= \dfrac{9\times10^{-31}\times10^{6}}{1.6\times10^{-19}\times10^{-3}}\times\dfrac{4}{5}$

$= 4.5\times10^{-3}$ เมตร

ค) p $= (v\cos\theta)T$

$= v\cos 53^0 \left(\dfrac{2\pi m}{qB}\right)$

$= 10^6\times\dfrac{3}{5}\times2\times\dfrac{22}{7}\times\dfrac{9\times10^{-31}}{1.6\times10^{-19}\times10^{-3}}$

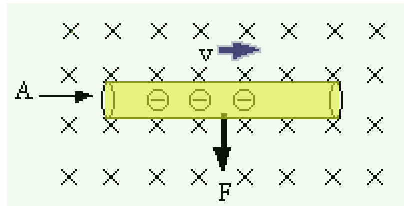
$= 2.12\times10^{-2}$ เมตร

3.6 แรงที่กระทำต่อเส้นลวดตัวนำที่มีกระแสไหลผ่าน เมื่อวางอยู่ในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็ก

เมื่อมีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านลวดตัวนำยาว ℓ ซึ่งวางอยู่ในสนามแม่เหล็ก ทำให้เกิดแรงแม่เหล็กกระทำต่ออิเล็กตรอนซึ่งเคลื่อนที่อยู่ในลวดตัวนำนั้นแรงแม่เหล็กที่เกิดขึ้นคือ

$$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B} = q\left(\frac{\vec{\ell}}{t}\times\vec{B}\right) = I\ell B\sin\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3.9)$$

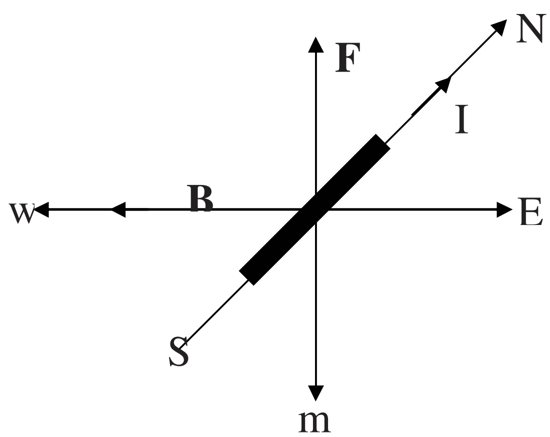
ทิศของแรงแม่เหล็กที่เกิดขึ้นสามารถหาได้จากกฎมือขวา



รูปที่ 3.7 เส้นลวดตัวนำที่มีกระแสไหลผ่าน

ตัวอย่าง 3.3 เมื่อลวดตัวนำยาว 10 เซนติเมตร มวล 0.05 กิโลกรัม มาวางในแนวเหนือใต้ ซึ่งบริเวณนั้นมีสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอในแนวตะวันออกตะวันตก เมื่อผ่านกระแสไฟฟ้าขนาด 25 แอมแปร์ เข้าไปในขดลวดตัวนำจากทิศใต้ไปทิศเหนือ ปรากฏว่าลวดตัวนำนี้สามารถลอยนิ่งอยู่ในสนามแม่เหล็ก จงหาขนาดและทิศทางของสนามแม่เหล็กนี้

วิธีทำ



$$\sum F = 0$$

$$F_B = mg$$

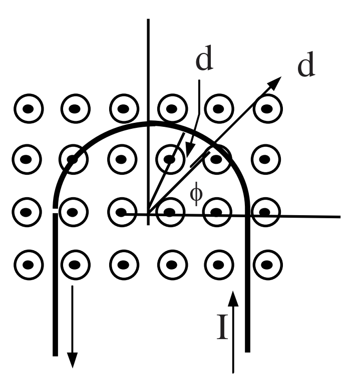
$$I\ell B = mg$$

$$B = \frac{mg}{I\ell} = \frac{0.05 \times 9.81}{25 \times 0.1} = 0.2\ \mathrm{T}$$

มีทิศจากตะวันออกไปตะวันตก

ตัวอย่าง 3.4 ลวดตัวนำรูปตัว U มีกระแส I ไหลผ่าน วางในแนวที่ระนาบของลวดตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กค่าสม่ำเสมอ B (ดังรูป 3.4) ส่วนที่เป็นครึ่งวงกลมมีรัศมี R จงหาแรงแม่เหล็กที่กระทำบนลวดตรงส่วนที่เป็นครึ่งวงกลม

วิธีทำ สนามแม่เหล็กพุ่งออกจากกระดาษตั้งฉากกับทิศของกระแส (Idl) แรงบนส่วนย่อย ๆ ของขดลวดคือ dF มีทิศพุ่งออกในแนวรัศมี



รูป 3.8 ขดลวดรูปตัว U มีกระแสไหลผ่าน I

$$dF = I\,dl\,B \sin 90^{o} = Ibdl$$

แตกแรง dF ไปในแนวแกน x และ y จะได้

$$dF_x = d F \cos \phi = I B dl \cos \phi$$

$$dF_y = d F \sin \phi = I B dl \sin \phi$$

หาแรงทั้งหมดบนขดลวดครึ่งวงกลม ϕ แปรค่าตั้งแต่ 0 ถึง π ส่วนเล็ก ๆ dl = R$d\phi$ จะได้

$$F_x = IRB\int_0^{\pi} \cos\phi d\phi = IRB (\sin \pi - \sin 0)$$

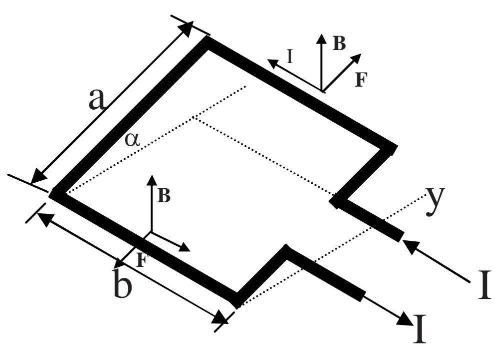
$$= 0$$

$$F_y = IRB\int_0^{\pi} \sin\phi d\phi = -IRB (\cos\pi - \cos 0)$$

$$= 2IRB$$

แรงแม่เหล็กทั้งหมดที่กระทำบนลวดมีขนาด $= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 2\ IRB$ มีทิศตามแนวแกน Y

3.7 ทอร์กบนโครงลวดตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน



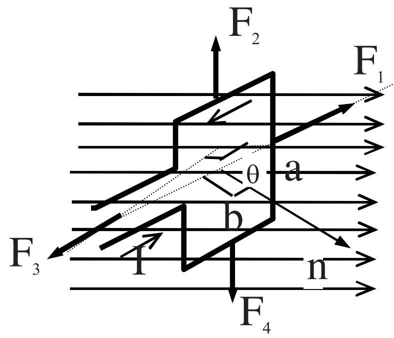
รูปที่ 3.12 กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านโครงลวดตัวนำ

จากรูป ขนาดของแรงแม่เหล็ก F = IbB

ขนาดทอร์กแม่เหล็ก $\tau = F a \sin \alpha = I B (ab) \sin\alpha = I A B \sin \alpha$

เวกเตอร์ของทอร์กแม่เหล็ก $\vec{\tau} = I(\vec{A} \times \vec{B})$ ถ้าใช้ขดลวด N รอบ $\vec{\tau} = NI(\vec{A} \times \vec{B})$

ตัวอย่าง 3.5 ขดลวดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด a × b วางอยู่ในสนามแม่เหล็กขนาด B จงหาแรงแม่เหล็กที่เกิดขึ้นบนเส้นลวด



รูป 3.13 ขดลวดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าในสนามแม่เหล็ก

วิธีทำ ขดลวดวางอยู่ในสนามแม่เหล็ก ให้แนว $\hat{n}$ (ซึ่งตั้งฉากกับระนาบของขดลวด) ทำมุม θ กับทิศของสนามแม่เหล็ก

หาแรง F_2 และ F_4 ด้านที่ยาว b ทำมุม 90 - θ องศากับ B

$F_2 = F_4 = IbB \sin (90 - \theta)^0 = IbB \cos \theta$

F_2 และ F_4 มีทิศตรงข้ามกันและอยู่ในแนวเดียวกัน จึงไม่มีแรงบิดเกิดขึ้นในแนวนี้

หาแรง F_1 และ F_3 ซึ่งเป็นแรงที่กระทำกับด้านยาว a

$$F_1 = F_3 = IaB \sin 90^o = IaB$$

F_1 และ F_3 ทำให้เกิดแรงคู่ควบ ซึ่งจะทำให้ลวดเกิดการบิดโดยแขนของแรงคู่ควบเท่ากับ b sin θ

แรงคู่ควบ (torque, τ) = $IB (ab) \sin \theta = IBA \sin \theta$

เมื่อ A = (ab) = พื้นที่หน้าตัดของขดลวด

แรงคู่ควบบนขดลวดจะมีค่ามากที่สุดเมื่อ $\theta = 90^o$ (ระนาบของขดลวดขนานกับ B) และมีค่าเป็นศูนย์ เมื่อระนาบของขดลวดตั้งฉากกับ B ($\theta = 0$) เขียนอยู่ในรูปเวกเตอร์จะได้

$$\bar{\tau} = IA\hat{n} \times \vec{B}$$

3.8 **สนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้าไหลผ่านลวดตัวนำ**

จากการค้นพบของเออร์สเตด สามารถแยกพิจารณาสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นได้ตามลักษณะของขดลวดตัวนำ ดังนี้

1. <u>สนามแม่เหล็กที่ไหลผ่านลวดตรงยาว</u>

สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจะมีทิศวนรอบเส้นลวด โดยสนามแม่เหล็ก ณ จุดใด ๆ จะอยู่ ในแนวสัมผัสกับเส้นแรงแม่เหล็ก ที่จุดนั้น ๆ เสมอ สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจะมีความเข้มแตกต่างกันคำนวณได้จาก

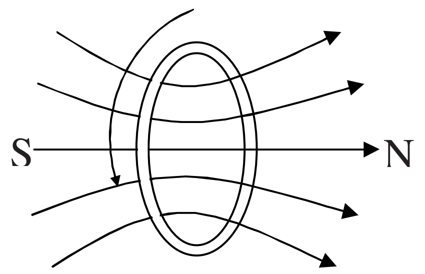
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

เมื่อ μ_0 คือ ค่า permeability ของตัวกลางที่ลวดอยู่

I คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านเส้นลวด

r คือ ระยะทางจากเส้นลวดถึงจุดที่พิจารณา

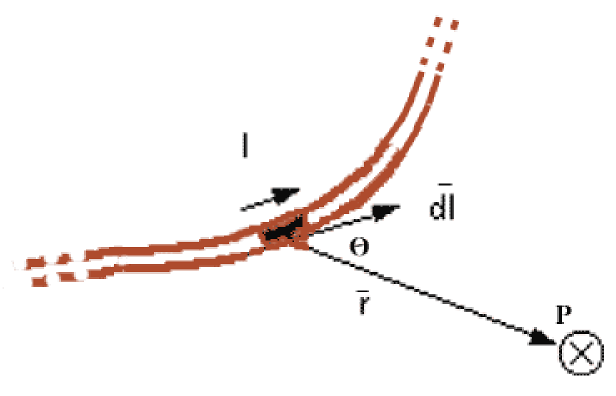
2. สนามแม่เหล็กจากกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านเส้นลวดวงกลม



จากกฎมือขวา ทิศของกระแสไฟฟ้าตามแนวเส้นโค้งของเส้นลวดแทนด้วยนิ้วทั้งสี่ นิ้วหัวแม่มือจะชี้แนวเส้นแรงแม่เหล็กที่เกิด โดยความเข้มสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นที่จุดศูนย์กลางของขดลวดมีค่า $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

3.9 **กฎของบิโอต์ - ซาวาร์ต**

หลังจากที่เออร์เสตดได้ทดลองนำเข็มทิศไปวางไว้ใกล้ ๆ ตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านพบว่า สนามแม่เหล็กจากลวดตัวนำทำให้เข็มทิศเบี่ยงเบนไปจากแนวเหนือใต้ นักวิทยาศาสตร์อีกหลายคนได้ทดลองแบบเดียวกัน แต่ใช้ตัวนำที่มีลักษณะแตกต่างกันออกไป ผู้ที่สรุปผลการทดลองนำมาเขียนเป็นสมการที่สามารถใช้ในการคำนวณขนาดและทิศทางของสนามแม่เหล็กที่เกิดจากวงจรรูปใด ๆ คือ บิโอต์ และซาวาร์ต



รูป 3.14 สนามแม่เหล็กที่เกิดจากตัวนำยาว dl กระแสไหล I

แบ่งเส้นลวดออกเป็นส่วนเล็ก ๆ ขนาด **dl** **dl** เป็นปริมาณเวกเตอร์มีทิศเดียวกับทิศการไหลของกระแสไฟฟ้า สนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไหลผ่านตัวนำ **dl** ที่จุด P มีค่าน้อย ๆ เท่ากับ **dB** ซึ่งมีทิศตั้งได้ฉากกับ **dl**เสมอ ขนาดของ **dB** จะเป็นสัดส่วนตรงกับขนาดของกระแส และแปรผกผันกับระยะห่างระหว่างจุด P กับ **dl** ในที่นี้ให้เป็น r แปรผันตรงกับ sin θ เมื่อ θ คือมุมระหว่าง dl กับ ทิศของ r เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}}{r^2}\times\hat{r} \quad \text{................ (3.11)}$$

เมื่อ μ_0 คือค่าสภาพซาบซึมได้ทางแม่เหล็กของสูญญากาศ (permeability constant for vacuum) $\mu_0/4\pi = 10^{-7}$ เทสลา.เมตร/แอมแปร์

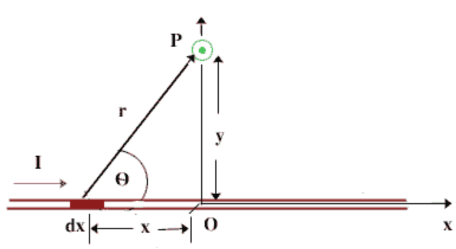
กฎของบิโอต์-ซาวาร์ตมีส่วนคล้ายกับสูตรการหาสนามไฟฟ้าคือขนาดของสนามแม่เหล็กจะแปรผันกับ $1/r^2$ เช่นกัน กระแสไฟฟ้า $Id\vec{l}$ จะเป็นตัวให้กำเนิดสนามแม่เหล็ก ขณะที่ q เป็นแหล่งกำเนิดสนามไฟฟ้า สิ่งที่ต่างกันคือ $d\vec{E}$ จะมีทิศในแนว $\vec{r}$ ขณะที่ $d\vec{B}$ จะมีทิศตั้งฉากกับระนาบที่เกิดจาก $Id\vec{l}$ และ $\hat{r}$ ประจุสามารถมีประจุอิสระเป็นบวกหรือลบได้ แต่กระแสจะมีการไหลจากปลายหนึ่งไปยังอีกปลายหนึ่ง การหา $\vec{B}$ ต้องอินทิเกรตไปตามเส้นทางที่กระแสไหลผ่าน ดังนั้น กฎของบิโอต์-ซาวาร์ตของสนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้าในลวดตัวนำทั้งเส้น คือ

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_L \frac{Id\vec{l}}{r^2}\times\hat{r}$$

3.10 ตัวอย่างสนามแม่เหล็กที่เกิดจากตัวนำแบบต่าง ๆ

ตัวอย่าง 3.6 จงหาขนาดของสนามแม่เหล็กที่เกิดจากเส้นลวดตรงยาวอนันต์ ตรงตำแหน่ง y ใด ๆ เมื่อ y วัดจากเส้นลวดตัวนำในแนวตั้งฉาก

วิธีทำ ให้เส้นลวดตัวนำมีกระแสไฟฟ้าไหลขนาด I วางอยู่ในแนวแกน x ตำแหน่งที่ต้องการหาสนามอยู่ห่างจากเส้นลวดเป็นระยะ y



รูป 3.15 แสดงการหาสนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแส I ในเส้นลวดตรงยาวอนันต์

แบ่งเส้นลวดตัวนำออกเป็นส่วนเล็ก ๆ ขนาด dl ซึ่งในตัวอย่างนี้คือ dl = dx นั่นเอง จุด P อยู่ห่างจากชิ้นส่วนของตัวนำเล็ก ๆ นี้เป็นระยะ r มุมระหว่าง r กับ dx คือ θ ทิศของ dB มีทิศพุ่งออกจากหน้ากระดาษ ดังรูป 3.15

จากกฎของบิโอต์-ซาวาร์ต ความเข้มของสนามแม่เหล็กย่อยที่เกิดจากกระแสตัวนำในช่วง dx คือ

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idx\ \sin\theta}{r^2}$$

แทนค่า dx และ r ในเทอมของมุม θ โดยอาศัยจากความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$-x = y\cot\theta \quad \text{จะได้} \quad dx = y\,\mathrm{cosec}^2\theta$$

และ $$r = y\,\mathrm{cosec}\,\theta$$, แทนค่า r และ dx จะได้

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I y\,\mathrm{cosec}^2\theta \sin\theta d\theta}{(y\,\mathrm{cosec}\theta)^2}$$

ต้องการหาสนามแม่เหล็กที่เกิดจากตัวนำทั้งเส้น ที่จุด P

$$B = \mu_0 \frac{I}{4\pi y}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta d\theta$$

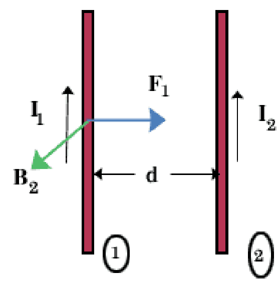
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi y}(\cos\theta)_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi y}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

เมื่อเส้นลวดยาวมาก ๆ มุม θ_1 มีค่าเข้าใกล้ ศูนย์ และมุม θ_2 มีค่าเข้าใกล้ 180 องศา สนามแม่เหล็กเนื่องจากลวดตัวนำยาวอนันต์จะกลายเป็น

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi y} \text{ แอมแปร์/เมตร} \quad \text{....................} \quad (3.12)$$

เมื่อนำเส้นลวดตัวนำสองเส้นยาวเส้นละ L วางห่างกันเป็นระยะ d มีกระแสไฟฟ้าไหล I_1 และ I_2 ตามลำดับโดยให้กระแสไหลไปในทิศเดียวกัน ดังรูป 3.16



รูป 3.16 ตัวนำ 2 เส้นยาวเส้นละ L วางห่างกันเป็นระยะ d

แรงแม่เหล็กที่เกิดขึ้นที่ตัวนำเส้นที่ 1(F_1) อันเนื่องมาจากสนามแม่เหล็กของตัวนำเส้นที่ 2 (B_2) หาได้จาก

$$F_1 = I L B_2 \sin 90^\circ$$

แทนค่า B_2 จากสมการ 3.12 จะได้

$$F_1 = \frac{\mu_0 L I_1 I_2}{2\pi d} \quad \text{N}$$

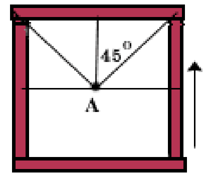
แรงแม่เหล็กต่อหนึ่งหน่วยความยาว เขียนได้เป็น

$$F_1 / L = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \quad N$$

ทิศของ F_1 จะมีทิศพุ่งเข้าหา ตัวนำตัวที่ 2 (หาได้โดยใช้กฎมือขวา) ในทำนองเดียวกันทิศของ F_2 จะมีทิศไปทางด้านซ้ายมือ หรือมีทิศตรงกันข้ามกับ F_1 ดังนั้นแรงแม่เหล็กที่เกิดจากลวดตัวนำที่วางขนานกันมีกระแสไหลไปในทิศเดียวกันจึงเป็นแรงดึงดูด

ถ้าให้ตัวนำทั้งสองมีกระแสไฟฟ้าไหลในทิศสวนทางกันทิศของแรงแม่เหล็กจะเป็นแรงผลักกัน

ตัวอย่าง 3.7 ลวดตัวนำขดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ a มีกระแสไฟฟ้าไหลในทิศทวนเข็มนาฬิกา จงหาสนามแม่เหล็กที่จุดกึ่งกลางของขดลวด



รูป 3.17 ตัวนำรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ a

วิธีทำ จุด A เป็นจุดกึ่งกลางของสี่เหลี่ยมจัตุรัส สนามแม่เหล็กที่เกิดจากเส้นลวดตัวนำแต่ละเส้นหาได้จากสมการ

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi y}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

ในที่นี้ θ_1 = 45 องศา θ_2 = 135 องศา $y = a/2$

ความเข้มของสนามแม่เหล็กของแต่ละเส้นที่จุด A จะมีค่าเท่ากันและมีทิศพุ่งออกจากกระดาษ ดังนั้นสนามแม่เหล็กที่จุด A จึงมีค่าเป็นสี่เท่าของสนามแม่เหล็กที่เกิดจากลวดตัวนำด้านใดด้านหนึ่ง

$$B_A = \frac{4\mu_0 I}{4\pi(a/2)}(\cos 45^0 - \cos 135^0)$$

$$= \frac{2\sqrt{2}\,\mu_0 I}{\pi a} \quad T$$

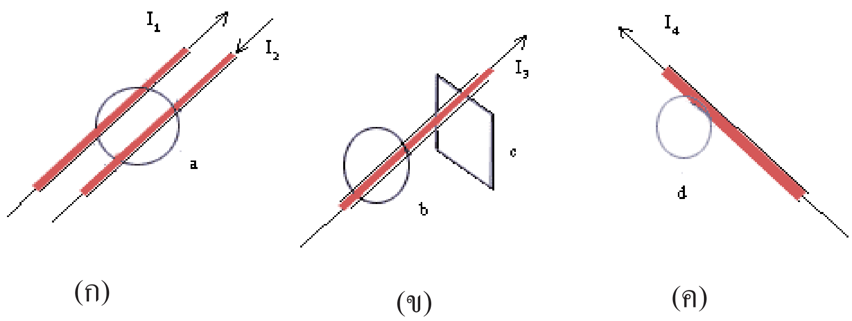
3.11 **กฎของแอมแปร์** (Ampere's circuital law)

กฎแอมแปร์เป็นกฎที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นกับกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวนำซึ่งมีใจความดังนี้

"อินทิกรัลเชิงเส้นของ B รอบเส้นปิดใด ๆ จะมีค่าเท่ากับกระแสไฟฟ้าตรงค่าสุทธิที่ถูกปิดล้อมโดยเส้นปิดนั้น"

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \qquad \text{....................(3.13)}$$

ตัวอย่างเส้นปิดที่ปิดล้อมตัวนำได้แสดงไว้ในรูป 3.14 อินทิกรัลเชิงเส้นของ $\vec{B}$ รอบเส้นปิด a มีค่าเท่ากับ $I_1 - I_2$ อินทิกรัลเชิงเส้นของ $\vec{B}$ รอบเส้นปิด b และ c มีค่าเท่ากับ I_3 และอินทิกรัลเชิงเส้นของ $\vec{B}$ รอบเส้นปิด d มีค่าน้อยกว่า I_4 เพราะเส้นปิดไม่ได้ปิดล้อมตัวนำทั้งหมด



รูป 3.18 แสดงเส้นปิดที่ล้อมรอบตัวนำในลักษณะต่าง

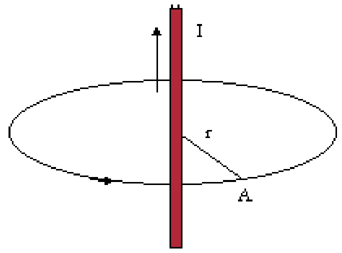
สิ่งที่จะต้องคำนึงถึงในการใช้กฎของแอมแปร์ คือ

1. กฎของแอมแปร์เทียบเท่ากับกฎของเกาส์ในเรื่องไฟฟ้าสถิต มีเงื่อนไขในการใช้ที่คล้ายกันคือต้องรู้ทิศทางของ $\vec{B}$ แต่ไม่รู้ขนาด
2. ผลลัพธ์การอินทิเกรตไม่ขึ้นอยู่กับรูปร่างของเส้นปิด
3. สามารถเลือกรูปร่างของเส้นปิดได้ตามใจชอบ แต่ควรเป็นเส้นปิดที่มีลักษณะสมมาตร $\vec{B}$ กับ $d\vec{l}$ ควรทำมุม 0° หรือ 90° เพื่อหลีกเลี่ยงความยุ่งยากทางคณิตศาสตร์
4. ควรเลือกเส้นปิดที่ขนาดของ B บนเส้นทางที่มีค่าคงที่

3.12 ตัวอย่าง การใช้กฎของแอมแปร์หาสนามแม่เหล็ก

ตัวอย่าง 3.8 จงใช้กฎของแอมแปร์หาสนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้า I ไหลผ่านตัวนำเส้นตรงยาวอนันต์

วิธีทำ ต้องการหาสนามที่จุด A ซึ่งอยู่ห่างจากลวดตัวนำเป็นระยะ r เลือกเส้นปิดรูปวงกลม รัศมี r เพราะทราบว่าขนาดของ B มีค่าคงที่บนเส้นรอบวงนี้ ทิศของ $d\vec{l}$ และ $\vec{B}$ มีทิศเดียวกัน



รูป 3.19 การใช้กฎของแอมแปร์หา B ที่เกิดจากตัวนำตรงยาวอนันต์

$$\oint_{\phi} \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 I$$

มุมระหว่าง $\vec{B}$ กับ $d\vec{l}$ มีค่าเป็นศูนย์

$$B_{\phi}\oint dl = \mu_0 I$$

เพราะ dl = rdϕ

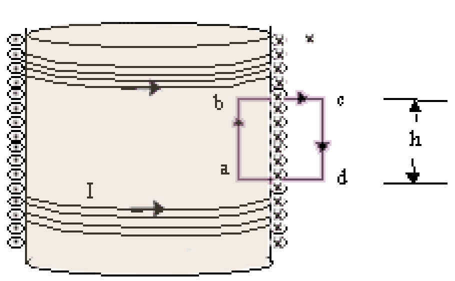
$$B_{\phi}\int_{0}^{2\pi} rd\phi = \mu_0 I$$

$$B_{\phi} = \mu_0 \frac{I}{2\pi r} \quad \text{เทสลา}$$

จะได้ขนาดของสนามแม่เหล็กเหมือนกับวิธีของบิโอต์-ซาวาร์ต ถ้ากลับทิศของกระแส I ในที่นี้ จะได้มุมระหว่าง $\vec{B}$ กับ $d\vec{l}$ เท่ากับ 180° จะได้ขนาดของ B เป็นค่าลบ ซึ่งหมายถึงการอินทิเกรตเชิงเส้นกระทำในลักษณะที่สวนทิศกับสนามแม่เหล็ก

ตัวอย่าง 3.9 ขดลวดโซลินอยด์ยาว L รัศมี a จำนวนขดลวด N ขด มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน ขดลวดเท่ากับ I ถ้า L >> a จงใช้กฎของแอมแปร์หาขนาดของ $\vec{B}$ ภายในขดลวด

วิธีทำ ขดลวดโซลินอยด์ยาวมาก ๆ จะมีสนามแม่เหล็กเฉพาะภายในขดลวดเท่านั้น ทิศของสนามแม่เหล็กขนานกับแกนของขดลวด



รูป 3.20 การสร้างเส้นปิดปิดล้อมบางส่วนของขดลวด

เส้นปิดที่เหมาะสมสำหรับปัญหานี้คือ เส้นปิดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า abcd กระแสไฟฟ้าทั้งหมดที่ผ่านพื้นที่หน้าตัดของเส้นปิดคือ NhI/L

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \frac{NhI}{L}$$

$$\left[\int_a^b + \int_b^c + \int_c^d\right] = \mu_0 \frac{NhI}{L}$$

ค่าอินทิกรัลเทอมที่ 2 และเทอมที่ 4 มีค่าเป็นศูนย์เพราะเส้นทางการเคลื่อนที่ตั้งฉากกับทิศของ $\vec{B}$ เทอมที่ 3 มีค่าเป็นศูนย์เพราะสนามแม่เหล็กนอกขดลวดโซลินอยด์มีค่าเป็นศูนย์

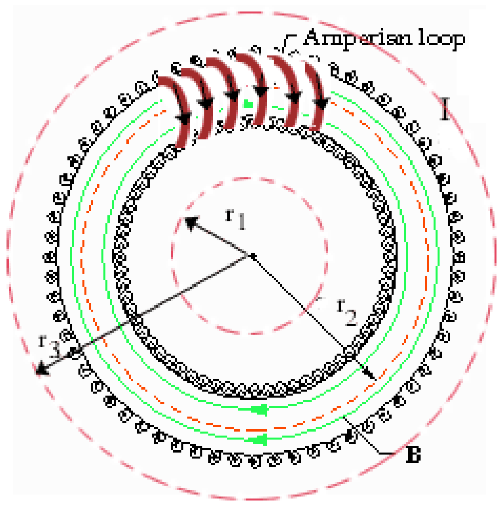
$$\int_a^b \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \frac{NhI}{L}$$

$$B = \mu_0 \frac{NI}{L} \text{ เทสลา}$$

ให้ n เป็นจำนวนรอบของขดลวดต่อหนึ่งหน่วยความยาว = N/L

$$B = \mu_0 nI \text{ เทสลา}$$

ตัวอย่าง 3.10 สนามแม่เหล็กที่เกิดจากขดลวดทอรอยด์ (Toriod) ที่มีจำนวนขดลวด n รอบมีกระแสไหลผ่าน I



รูป 3.21 แสดงเส้นปิดที่ระยะต่าง ๆ ของขดลวดทอรอยด์

วิธีทำ

ก. หาสนามแม่เหล็กที่ระยะ r_1

$$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 I$$

กระแสไฟฟ้าสุทธิภายในวงกลมรัศมี r_1 มีค่าเท่ากับ 0 ดังนั้น $|\vec{B}| = 0$

ข. หาสนามแม่เหล็กที่ระยะ r_2

ถ้าขดลวดมีจำนวน n รอบ กระแสไฟฟ้า สุทธิในเส้นปิด คือ = nI

$$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 nI$$

$$B = \frac{\mu_0 nI}{2\pi r_2} \quad \text{เทสลา}$$

$|\vec{B}|$ ในขดลวดทอรอยด์จะไม่คงที่เพราะแปรผันตาม 1/r

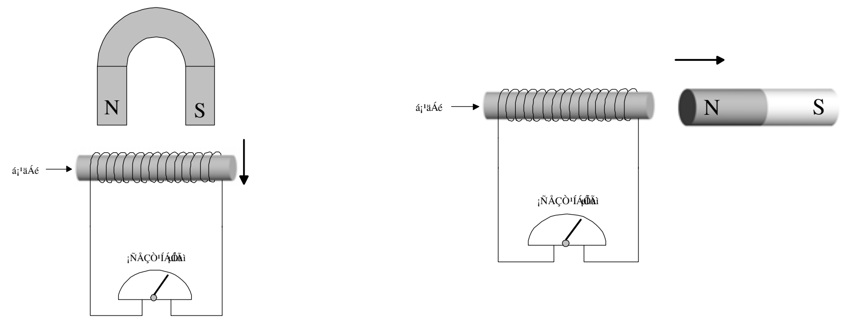
ค. หาสนามแม่เหล็กที่ระยะ r_3 ซึ่งเป็นระยะนอกขดลวดทอรอยด์ กระแสไฟฟ้าที่ไหลในขดลวด แต่ละรอบจะมีขนาดเท่ากัน ทิศตรงข้ามกัน กระแสไฟฟ้าสุทธิภายในวงกลมรัศมี r_3 จึงมีค่า เป็นศูนย์ นั่นคือ B = 0

3.10 การเหนี่ยวนำไฟฟ้า

ในหัวข้อที่ผ่านมาได้ศึกษาถึงเรื่องราวของสนามแม่เหล็กและทำให้ทราบว่ากระแสไฟฟ้าในตัวนำทำให้เกิดสนามแม่เหล็กได้ ในหัวข้อนี้เราจะศึกษาในทางกลับกันกล่าวคือสนามแม่เหล็กจะทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าในตัวนำได้หรือไม่

3.10.1 แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

การทดลองเพื่อแสดงให้เห็นว่าสนามแม่เหล็กทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าทำได้ง่ายๆโดยนำแท่งแม่เหล็กเคลื่อนที่เข้าหาหรือเคลื่อนที่ออกจากขดลวดที่ต่อเข้ากับกัลวานอมิเตอร์ตามรูป 3..22



รูป 3.22

เมื่อเคลื่อนแท่งแม่เหล็กเข้าหรือออกจากขดลวดจะเกิดกระแสไฟฟ้าในขดลวด หรือถ้าให้แท่งแม่เหล็กอยู่นิ่งแล้วเคลื่อนขดลวดก็จะได้ผลการทดลองเช่นเดียวกันแต่ทิศทางของกระแสไฟฟ้าที่เกิดจะมีทิศตรงข้ามกันเมื่อเคลื่อนแม่เหล็กเข้าหรือออก โดยปกติจะเรียกกระแสไฟฟ้าที่เกิดในขดลวดนี้ว่า “กระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำ (induced current)” และเรียกแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่ทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำในขดลวดว่า “แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ (induced electromotive force)”

3.10.2 กฎของฟาราเดย์

ไมเคิล ฟาราเดย์ (Michael Faraday) ได้ทดลองเพิ่มเติมเกี่ยวกับสนามแม่เหล็กที่ทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าและสรุปว่า “ขนาดของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำเป็นปฏิภาคโดยตรงกับอัตราการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านวงจรตัวนำ” หรือ

$$\varepsilon = \frac{d}{dt}(\Phi_B)$$

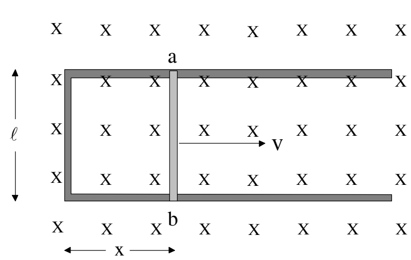
เมื่อ Φ_B เป็นฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านวงจร จากหัวข้อที่ผ่านมา

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

หรือในกรณีที่สนามแม่เหล็กตั้งได้ฉากกับพื้นที่หน้าตัด

$$\Phi_B = BA$$

ตัวอย่างที่3.11 จากรูปแท่งเหล็ก ab ซึ่งมีความยาว ℓ เคลื่อนที่บนรางเหล็กยาวสม่ำเสมอที่อยู่ในสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ จงหาแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดขึ้น



รูป3.23

วิธีทำ เนื่องจาก $\varepsilon = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{B} \cdot \vec{A})$ ตามกฎฟาราเดย์ ถ้าพิจารณาตามรูปขนาดพื้นที่หน้าตัด A จะมีค่าเท่ากับ ℓx และสนามแม่เหล็กมีทิศเดียวกับเวกเตอร์ $\vec{A}$ (มีทิศพุ่งออกจากหน้ากระดาษ)แทนค่าจะได้

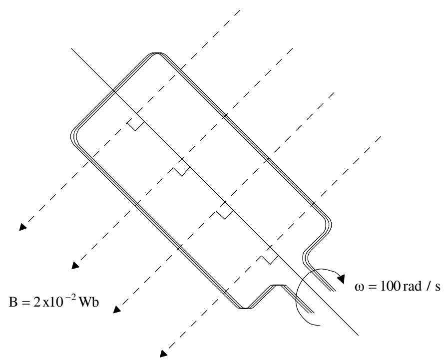
$$\varepsilon = \frac{d}{dt}(B\ell x \cos(0))$$

เนื่องจากขนาดสนามแม่เหล็กคงที่และความยาวแท่งเหล็กคงที่ดังนั้น

$$\varepsilon = B\ell \frac{dx}{dt}$$

$\therefore$ ขนาดของแรงเคลื่อนไฟฟ้ามีค่าเท่ากับ $\varepsilon = B\ell v$

ตัวอย่างที่ 3.12 ขดลวดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด $5cm x\ 10cm$ จำนวน 10 รอบ หมุนรอบแกนกลางดังรูป ด้วยความเร็วเชิงมุม $100\dfrac{rad}{s}$ ความต้านทานของขดลวด $=5\Omega$ มีสนามแม่เหล็กตั้งฉากกับแกนหมุนมีค่า $=2x10^{-2}$ เวเบอร์/ตารางเมตร



รูป 3.24

จงหา ก)กระแสไฟฟ้ามากที่สุดในขดลวด

ข)มุมของลวดเมื่อได้กระแสมากที่สุด

วิธีทำ พื้นที่ขดของขดลวด $A=5x10^{-3}$ ตารางเมตร ขณะใดๆ ให้ $\vec{A}$ ทำมุม θ กับ $\vec{B}$ ฟลักซ์ที่ผ่านพื้นที่ 1 ขด

$$\Phi'_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A} = BA\cos\theta$$

ฟลักซ์ที่ผ่าน N รอบ คือ

$$\Phi_B = NBA\cos\theta \,(\Phi_{B\ \text{กรอบ}})$$

จาก $\varepsilon = \dfrac{d\Phi_B}{dt} = NBA\sin\theta\dfrac{d\theta}{dt} = \omega NBA\sin\theta$ เมื่อ $\omega = \dfrac{d\theta}{dt} = 100$ จะได้กระแสในวงจร

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\omega NBA\sin\theta}{R}$$

ก) กระแสไฟฟ้ามากที่สุดเมื่อ $\sin\theta$ มีค่ามากที่สุด = 1

$\therefore$ กระแสมากที่สุด $= \dfrac{\omega NBA}{R}$

$$I_{max} = \frac{(10)(2x10^{-2}\dfrac{\omega}{m^2})(5x10^{-3}m^2)(100\,s)}{5\Omega}$$

$$I_{max} = 0.02Anpese = 20mA$$

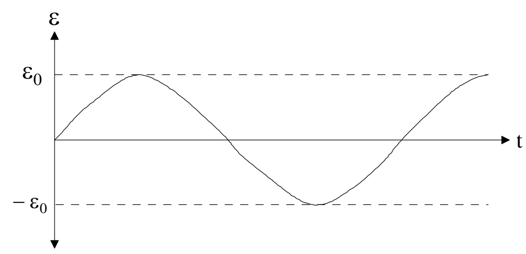
ข) หาก $i = \dfrac{NBA\omega \sin\theta}{R}$ จะเห็นว่า ค่า i จะมากที่สุดเมื่อ $\theta = \pm 90^{o}$

คือเมื่อระนาบของขดลวดขนานกับ $\vec{B}$

จากตัวอย่างข้างต้นจะเห็นว่าการหมุนของขดลวดในสนามแม่เหล็ก จะเกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำในลักษณะเป็นฟังก์ชันของ $\sin\theta$ แรงเคลื่อนไฟฟ้าจึงเขียนได้เป็น

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$$

เมื่อ ε_0 คือ แรงเคลื่อนไฟฟ้าสูงสุด $= NAB\omega$ ไฟฟ้าชนิดที่เป็นไฟฟ้ากระแสสลับ ซึ่งเขียนเป็นกราฟได้ดังนี้



ดังนั้นอาจสรุปได้ว่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำจะเกิดขึ้นในวงจรตัวนำเมื่อ

1.วงจรตัวนำเคลื่อนที่ตัดสนามแม่เหล็ก

2. สนามแม่เหล็กเคลื่อนที่ตัดวงจรตัวนำ

3.วงจรตัวนำวงจรอยู่นิ่งๆ ภายในสนามแม่เหล็ก ซึ่งขนาดฟลักซ์แม่เหล็กเปลี่ยนแปลงตามเวลา

3.10.3 **กฎของเลนซ์**

ปัญหาของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำอีกอย่างหนึ่งคือทิศทางของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำเป็นเช่นใด โดยปกติทิศทางของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำก็จะเป็นไปตามกฎของเลนส์ (Lenz’s law) ที่กล่าวว่า “ทิศทางของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำจะมีทิศเพื่อให้เกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำไหลไปในทิศที่ทำให้เกิดผลต่อต้านการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็ก” ดังนั้นเมื่อรวมกฎของฟาราเดย์และกฎของเลนซ์เข้าด้วยกันจะได้

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}(\phi_B)$$

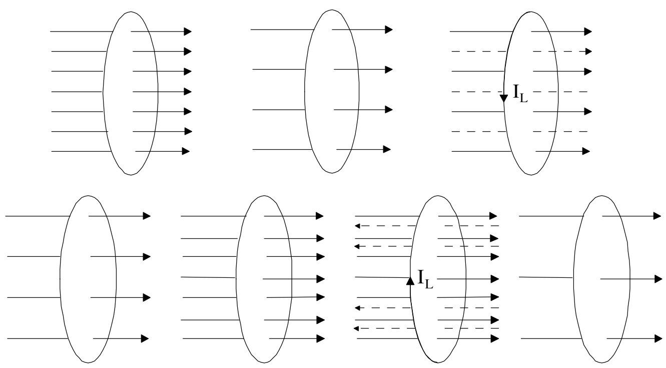
เครื่องหมายลบที่เพิ่มเข้ามาแสดงให้เห็นว่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดมีทิศที่ติอต้านการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็ก ในกรณีที่ขดลวดประกอบไปด้วยลวดทั้งหมด N รอบจะได้

$$\varepsilon = -N\frac{d}{dt}(\phi_B)$$

การพิจารณาหาทิศของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำตามกฎของเลนซ์อาจพิจารณาได้ตามรูปที่ ตามรูปที่ 3.25 (1ก) มีสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ พุ่งผ่านขดลวดทำให้เกิดฟลักซ์แม่เหล็ก Φ_B เมื่อสนามแม่เหล็กลดลงตามรูปที่ 3.25(1ข) จะเกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำในทิศทวนเข็มนาฬิกาเพื่อให้เกิดสนามแม่เหล็กจากกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำ(เส้นประ) ทำให้ฟลักซ์แม่เหล็กหรือจำนวนเส้นแรงแม่เหล็กที่ผ่านวงจรมีค่าคงเดิม ส่วนความสัมพันธ์

ระหว่างทิศทางของกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำและสนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำนั้นหาได้จากกฎมือขวาซึ่งได้ศึกษามาแล้วในหัวข้อที่ผ่านมา

ในทางตรงข้ามถ้ามีสนามแม่เหล็กเพิ่มขึ้นตามรูปที่3.25 (2ข) จะเกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำในทิศตามเข็มนาฬิกาเพื่อให้เกิดสนามแม่เหล็กจากกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำ(เส้นประ) เพื่อหักล้างกับเส้นแรงใหม่ที่เพิ่มเข้ามาทำให้ฟลักซ์แม่เหล็กหรือจำนวนเส้นแรงแม่เหล็กที่ผ่านวงจรมีค่าคงเดิม



รูปที่3.25

ฟลักซ์ Φ_B อาจจะเปลี่ยนแปลงได้จากสาเหตุหลายอย่างอาทิเช่น

1.พื้นที่ของวงจรเปลี่ยนแปลง $(\bar{A})$

2.ขนาดของสนามแม่เหล็กเปลี่ยน $(\vec{B})$

3.ทิศทางของ $\vec{B}$ เปลี่ยน

4.ทิศทางของ $\bar{A}$ เปลี่ยน

3.10.4 **ความเหนี่ยวนำตัวเอง** (Self inductance)

เมื่อมีกระแสไฟฟ้าไหลในวงจร จะมีสนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำ $(\vec{B})$ เกิดขึ้นรอบๆ ตัวนำในวงจรนั้น ขนาดของสนาม แม่เหล็กจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับขนาดของกระแสไฟฟ้า (I) ในวงจร ดังนั้นฟลักซ์แม่เหล็ก Φ_B ทั้งหมดที่ผ่านวงจรจึงเป็นปฏิภาคตรงกับกระแสไฟฟ้าด้วย นั้นคือ

$$\Phi_B = LI$$

เมื่อ L คือ ค่าคงที่ซึ่งขึ้นกับลักษณะทางเรขาคณิตของวงจร และเรียกค่าคงที่นี้ว่า “ค่าความเหนี่ยวตัวเอง” ในระบบ SI ค่า L มีหน่วยเป็น เฮนรี่ (Henry) ใช้ตัวย่อเป็น H โดยที่

$$1H = 1\frac{Webes}{A}$$

เมื่อกระแสไฟฟ้า I ในวงจรเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กเหนี่ยวนำก็จะเปลี่ยนแปลงด้วย ทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำตัวเองขึ้นเรียกลักษณะเช่นนี้ของวงจรว่าเกิดการเหนี่ยวนำตนเองแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำตัวเอง หาได้จาก

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

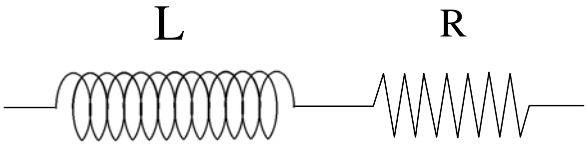
หรือ

$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt} \qquad \text{....................} \quad (3.14)$$

เครื่องหมายลบแสดงว่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำมีทิศต้านกับทิศการเปลี่ยนแปลงของกระแส เป็นไปตามกฎของเลนซ์ แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำจะมีทิศตรงข้ามกับกระแส ถ้า dI/dt มีค่าเพิ่มขึ้น และจะมีทิศเดียวกับทิศของกระแส ถ้า dI/dt มีค่าลดลง

จากสมการ (3.14) จะเห็นว่าหน่วยของ L คือ โวลต์-วินาที/แอมแปร์ หรือเวเบอร์/แอมแปร์ เราเรียกหน่วยนี้ใหม่ว่า เฮนรี (Henry)

ในวงจรที่กระแสไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงขดเหนี่ยวนำจะประพฤติตัวเหมือนเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่มีแรงเคลื่อนไฟฟ้า เป็น $-L\frac{dI}{dt}$ และมีความต้านทานภายใน R ในวงจรทางไฟฟ้ามักแทนขดเหนี่ยวนำในวงจรเป็นความเหนี่ยวนำแท้ๆ (L) ต่ออนุกรมกับความต้านทาน R ดังรูป 3.26



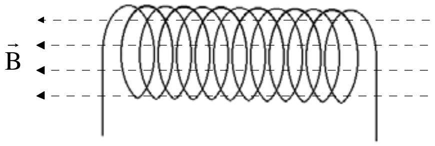
รูปที่ 3.26

3.10.5 **การคำนวณหาค่าการเหนี่ยวนำตัวเองของขดลวดเหนี่ยวนำ**

สมมติขอลวดโซลินอยด์ยาว ℓ มี n รอบต่อหน่วยความยาวดังรูปถ้าขดลวดแต่ละรอบอยู่ชิดกันและความยาวของขดลวดมากกว่าเส้นผ่าศูนย์กลางมากๆ โดยคิดว่าโซลินอยด์นั้นมีความยาวมากเป็นอนันต์ มีความเหนี่ยวนำเป็น L_α ให้กระแสไฟฟ้า I ไหลผ่านขดโซลินอยด์นี้และให้พื้นที่หน้าตัดของขด =A สนามแม่เหล็กภายในขด $B = \mu_o nI$ ฟลักซ์ที่ผ่านพื้นที่หน้าตัดของขดลวด 1 ขด คือ

$$\Phi_B = \mu_0 nIA$$

จำนวนขดลวดทั้งหมด = n ขด ดังนั้นฟลักซ์ที่ผ่านชดลวดทุกขด คือ



รูปที่3.27

$$\Phi_B = \mu_0 n^2 I \ell A$$

แต่ $\Phi_B = LI$

$$L = \frac{\Phi_B}{I} = \mu_0 n^2 \ell A \qquad \text{....................} \qquad (3.15)$$

ให้ N เป็นจำนวนรอบของโซลินอยด์

$$N = n\ell$$

หรือ $n^2 = \dfrac{n^2}{e^2}$ ดังนั้น

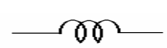
$$L = \mu_0 N^2 \frac{A}{e}$$

หรือ

$$L = bL_\alpha$$

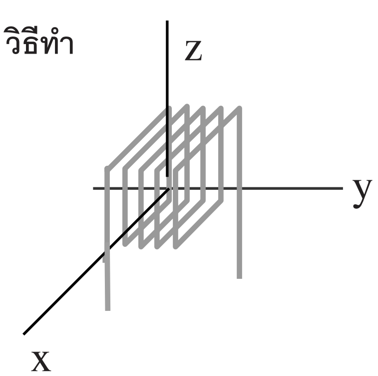
L_α เป็นค่าความเหนี่ยวนำของขดเหนี่ยวนำในอุดมคติ คือ เมื่อมีความยาว ค่า b หาได้จากการคำนวณชั้นสูง ตัวอย่างค่าของ b ดังแสดงในตาราง

$\dfrac{\text{เส้นผ่าศูนย์กลาง}}{\text{ความยาว}}$	0	0.5	1	10
b	1	0.8	0.7	0.2

ความเหนี่ยวนำตนเองที่เกิดขึ้นในตัวขดลวดเหมือนกับสมบัติของมวลที่เรียกว่าความเฉื่อย(inertia) เราจึงเรียกค่าความเหนี่ยวนำทางตนเองนี้ว่าเป็นความเฉื่อยทางไฟฟ้า ในวงจรไฟฟ้าจะแทนสัญลักษณ์ของขดลวดเหนี่ยวนำได้ด้วยเครื่องหมาย 

ตัวอย่าง 3.13 ขดลวดพันเรียงเส้นจำนวน N รอบ มีความยาว y มีกระแสไหลผ่านเท่ากับ I สนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้ามีค่าเท่ากับ $\mu_0 NI/y$ จงหาความเหนี่ยวนำของขดลวด (L)

วิธีทำ



รูป 3.28 ขดลวดพันเรียงเส้นจำนวน N รอบ ยาว y

$$\phi_B = BA = \frac{\mu_0 NIA}{y}$$

$$L = \frac{N\phi_B}{I} = \frac{\mu_0 A N^2}{y} \text{ เฮนรี}$$

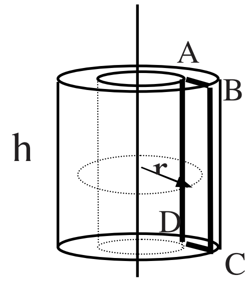
ถ้าขดลวดมีจำนวน 1 รอบ

$$L = \frac{\mu_0 A}{y}$$

จะเห็นว่าสูตรนี้มีลักษณะคล้ายค่าความจุไฟฟ้า

$$C = \varepsilon_0 A/d$$

ตัวอย่าง 3.14 จงหาค่าความเหนี่ยวนำตัวเองของวงจรที่ประกอบด้วยทรงกระบอกโลหะกลวง 2 อัน มีแกนร่วมกัน มีรัศมีเป็น a และ b ตามลำดับ แต่ละทรงกระบอกมีกระแส I ผ่าน แต่มีทิศทางตรงกันข้าม ช่องว่างระหว่างทรงกระบอกมีสารมีสภาพซาบซึมได้เป็น μ



รูป 3.30 ความเหนี่ยวนำตนเองจากทรงกระบอกโลหะกลวง

วิธีทำ หาสนามแม่เหล็กระยะรัศมีใด ๆ โดยอาศัยกฎของแอมแปร์

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu I$$

$$B\,2\pi r = \mu I$$

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

ต้องการหาความเหนี่ยวนำ ต้องหาฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านระหว่างตัวนำทรงกระบอกได้แก่พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD โดยแบ่งเป็นพื้นที่เล็ก ๆ ขนาด dr ยาว h พื้นที่เล็ก ๆ ที่สนามแม่เหล็กพุ่งผ่านคือ hdr

ฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านพื้นที่ทั้งหมด $\phi_B = \int_{ABCD} \vec{B} \cdot ds$

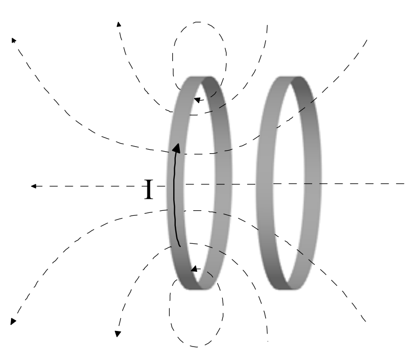
$$= \int_a^b \frac{\mu I}{2\pi} h \frac{dr}{r}$$

$$= \frac{\mu \cdot I \cdot h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

ความเหนี่ยวนำตนเอง คือ $L = \frac{\phi}{I} = \frac{\mu h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$

ความเหนี่ยวนำตนเองต่อหน่วยความยาวคือ $\frac{\mu h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$

3.10.6 **ความเหนียวนำต่างร่วม** (Mutual Inductance)



รูปที่3.28

จากรูป 3.28 ขดลวด 2 ขด เมื่อมีกระแสไฟฟ้า I_1 ไหลในวงจรที่ 1 ทำให้เกิดฟลักซ์ Φ_{B2} ขึ้น ณ ตำแหน่งซึ่งวงจรที่ 2 วางอยู่ ค่า Φ_{B2} จะเป็นปฏิภาคตรงกับกระแสไฟฟ้า I_1 นั่นคือ

$$\Phi_{B2} = M_{12}I_1$$

เมื่อ M_{12} เป็นค่าคงที่สำหรับวงจรทั้ง 2 เรียกว่า ค่าความเหนี่ยวนำต่างร่วม (มีลักษณะเหมือนกับ ค่า L ในเรื่องความเหนี่ยวนำตังเอง) และมีหน่วยเป็น เฮนรี (Henry,H)

ในทำนองเดียวกันถ้ามีกระแสไฟฟ้า I_2 ไหลในวงจรที่ 2 ก็จะทำให้เกิดฟลักซ์ $\Phi_{B1} = M_{12}I_2$ ที่ขดที่ 1 จะได้

$$\Phi_{B1} = M_{12}I_2$$

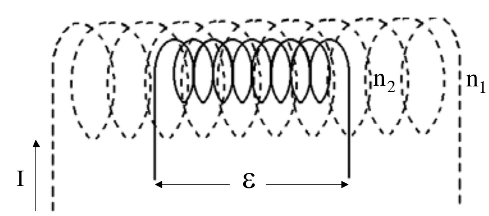
ค่า M_{12} และ M_{21} นี้มีค่าเท่ากับ M ถ้ากระแสไฟฟ้าในวงจรที่ 1 เปลี่ยนแปลงจะทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้นที่วงจรที่ 2 จะได้

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt}$$

หรือ

$$\varepsilon_2 = -M\frac{dI_1}{dt}$$

ตัวอย่างที่ 3.15 ขดลวดวงนอกมี n_1 รอบ/หน่วยความยาววงในมี n_2 รอบต่อหน่วยความยาว มีพื้นที่หน้าตัด A และยาว ℓ ดังรูปที่3.29



รูปที่3.29

วิธีทำ สนามแม่เหล็กภายในขดนอก $B = \mu_0 n_1 I$ ฟลักซ์ที่ผ่านขดใน 1 ขด

$\Phi_1 = \mu_0 n_1 I A n_1$ นาบขดลวดขดใน $= n_2\ell$ $\therefore$ ฟลักซ์ที่ผ่านขดลวดในทุกขด

$$\Phi_B = \mu_0 n_1 I A n_1 n_2 \ell$$

จาก $\Phi_B = MI$

$$M = \frac{\Phi_B}{I}$$

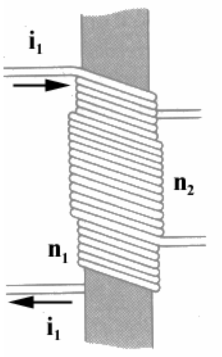
$$\therefore \quad M = \mu_0 n_1 I A n_1 n_2 \ell$$

ถ้ากระแสไฟฟ้า I เปลี่ยนแปลงก็จะทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้า ε ขึ้นที่ขดใน ซึ่ง

$$\Phi_B = -M\frac{dI}{dt}$$

การเหนี่ยวนำร่วมเป็นปรากฏการณ์ที่แสดงให้เห็นว่าเมื่อกระแสที่ผ่านวงจรขดลวดแปรเปลี่ยนตามเวลา จะมีการแลกเปลี่ยนพลังงานระหว่างวงจรทั้งสอง

ตัวอย่าง 3.16 โซลินอยด์สองอันสวมทับกัน โดยอันที่หนึ่งมีจำนวนขดลวด n_1 รอบต่อหน่วยความยาว มีกระแส i_1 ส่วนโซลินอยด์อันที่สองมีจำนวนขดลวด n_2 รอบต่อหน่วยความยาว จงหาความเหนี่ยวนำร่วม



รป 3.30 ขดลวดโซลินอยด์ 2 ขดสวมทับกัน

วิธีทำ สนามแม่เหล็กของโซลินอยด์มีค่าเป็น B $= \mu_0 n_1 i_1$

ให้พื้นที่หน้าตัดของโซลินอยด์ $= A$

$$\phi_{B_{n_1}} = BA = \mu_0 n_1 i_1 A$$

ฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านขดลวดชั้นนอกจะมีค่าเท่ากับ ϕ_B เช่นกัน แต่ขดลวดชั้นนอกมี n_2 รอบ ดังนั้นฟลักซ์แม่เหล็กที่ขดลวดชั้นนอกดังรูป 3.32 จึงมีค่าเท่ากับ

$$\phi_{B_{n_2}} = n_2\phi_{B_{n_1}} = \mu_0 n_1 n_2 i_1 A$$

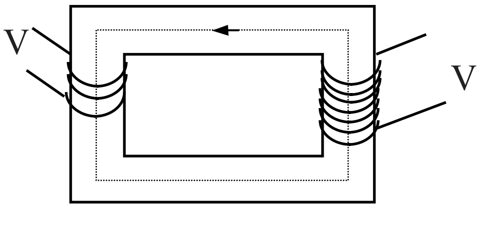
ความเหนี่ยวนำร่วม $M = \phi_{B_{n_2}} / i_1 = \mu_0 n_1 n_2 A$

ตัวอย่าง 3.17 จากรูป 3.31 จงหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงเคลื่อนไฟฟ้ากับจำนวนรอบของขดลวดของหม้อแปลงไฟฟ้า

วิธีทำ หม้อแปลงไฟฟ้าประกอบด้วยขดลวดปฐมภูมิ (Primary) จำนวน n_p และขดลวดทุติยภูมิ (Secondary) จำนวน n_s รอบพันอยู่บนแกนหล็กแกนเดียวกันดังรูป

ให้แรงเคลื่อนไฟฟ้าแก่ขดลวดปฐมภูมิ $= V_p$

ฟลักซ์แม่เหล็กผ่านขดลวดปฐมภูมิ n_p รอบ จะเป็น



รูป 3.31 หม้อแปลงไฟฟ้า

$$V_p = -n_p \frac{d\phi}{dt}$$

ฟลักซ์จำนวนเดียวกันนี้จะผ่านขดลวดทุติยภูมิจะเกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าในขดลวดทุติยภูมิเช่นกัน

$$V_s = -n_s \frac{d\phi}{dt}$$

ดังนั้น

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{n_s}{n_p}$$

แรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดขึ้นบนขดลวดทุติยภูมิขึ้นอยู่กับแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่ใส่เข้าไปในขดลวดปฐมภูมิและเป็นสัดส่วน n_p / n_s

เมื่อมีกระแสขนาด I ไหลผ่านขดลวดเหนี่ยวนำ การเปลี่ยนแปลงของกระแสคือ dI/dt จะเกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำเท่ากับ LdI/dt กำลังไฟฟ้าที่จ่ายให้แก่ตัวเหนี่ยวนำคือ

$$P = \varepsilon I = LI\frac{dI}{dt} \qquad \text{....................(3.16)}$$

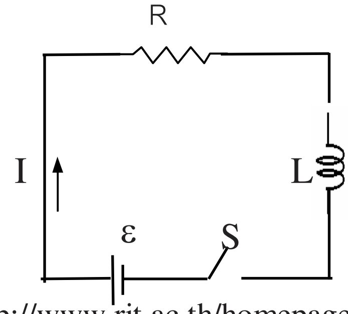
งานที่ส่งให้ขดลวดในเวลา dt วินาทีคือ dw = Pdt ในช่วงกระแสเปลี่ยนแปลงตั้งแต่ศูนย์ถึง I คือ

$$W = L\int_0^I IdI = \frac{1}{2}LI^2 \qquad \text{....................(3.17)}$$

ตัวอย่างเช่นต่อขดลวดที่ค่าเหนี่ยวนำ 1 เฮนรีกับแหล่งจ่ายไฟขนาด 12 โวลต์ ขดลวดมีความต้านทาน 10 โอห์ม กระแสสูงสุดที่ไหลในวงจร คือ 12/10 = 1.2 A พลังงานศักย์ที่สะสมไว้ในขดลวดคือ = $1 \times (1.2)^2/2 = 0.72$ จูล พลังงานนี้จะยังคงอยู่ตลอดเวลาตราบเท่าที่ยังมีกระแส 1.2 A ไหลในขดลวด แต่ถ้าตัดวงจร กระแสจะลดค่าจาก 1.2 A เป็นศูนย์อย่างรวดเร็ว จะเกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำสูงมาก เพราะ Δt มีช่วงสั้น ๆ พลังงานที่สะสมไว้จะเปลี่ยนรูปเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า เช่น คลื่นวิทยุ หรือทำให้เกิดประกายไฟที่หน้าสัมผัสของสวิตช์

3.10.7 **ขดลวดเหนี่ยวนำในวงจรกระแสตรง**

เมื่อนำขดลวดเหนี่ยวนำต่อในวงจรกระแสตรง ซึ่งมีความต้านทาน R รวมอยู่ด้วย ความต้านทาน R นี้เป็นความต้านทานรวมทั้งวงจรเป็นความต้านทานภายในของแบตเตอรีและความต้านของขดลวด L ด้วย



รูป 3.32 วงจร RL สำหรับกระแสตรง

L และ ε เป็นค่าความเหนี่ยวนำของขดลวด และแรงเคลื่อนไฟฟ้าของแบตเตอรีตามลำดับ เมื่อใช้กฎของเคอร์ชอฟเขียนสมการความต่างศักย์ไฟฟ้าในวงจรจะได้เป็น

$$L\frac{dI}{dt} + IR = \varepsilon \qquad \text{....................(3.18)}$$

จัดรูปสมการใหม่โดยแยกตัวแปร I และ t

$$\frac{dI}{\xi - IR} = \frac{dt}{L}$$

อินทิเกรตทั้งสองข้าง โดยเริ่มตั้งแต่ t = 0 ถึง t ใด ๆ กระแสไฟฟ้าเริ่มต้นจากศูนย์ถึงค่า I(t) ใด ๆ เช่นกัน

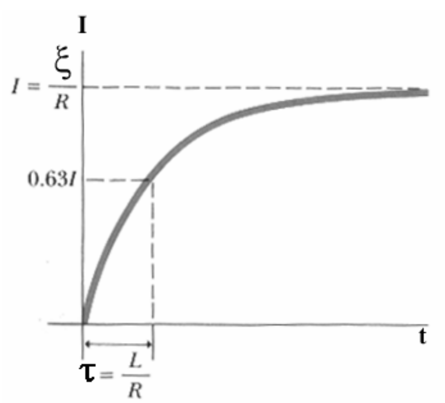
$$\int_0^I \frac{dI}{\xi - IR} = \frac{1}{L}\int_0^t dt$$

จะได้กระแสไฟฟ้าในวงจร

$$I = \frac{\xi}{R}(1 - e^{-Rt/L}) \qquad \text{.................(3.19)}$$

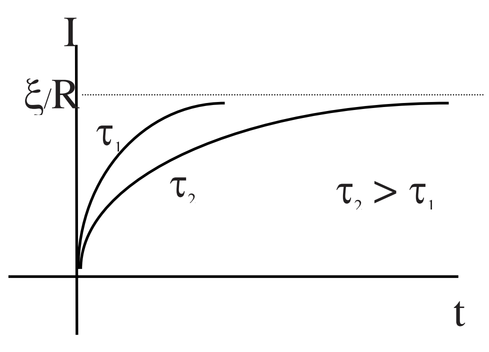
เมื่อพล็อตกราฟระหว่าง I กับ t จะได้ดังรูป 3.35 ค่า $e^{-Rt/L}$ จะมีค่าน้อยลงถ้าเวลาเพิ่มขึ้น เมื่อเวลาไปนาน ($t \rightarrow \infty$) กระแสไฟฟ้าจะมีค่ามากที่สุดคือเท่ากับ $\xi/R = I_0$ กำหนดให้ค่าคงที่ของเวลา (time constant, τ_L)ของวงจรคือ L/R เมื่อแทน τ_L ลงในสมการ (3.33) จะได้

$$I(\tau_L) = 0.632\,\xi/R$$



รูป 3.33 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง I และ t

ค่าคงที่ของเวลาของวงจรคือเวลาที่กระแสไฟฟ้าเพิ่มจากศูนย์จนถึง 0.632 เท่าของค่ากระแสสูงสุด ถ้าค่า τ_L ของวงจรมีค่ามาก กระแสจะเพิ่มขึ้นอย่างช้า ๆ ถ้า τ_L มีค่าน้อย ๆ กระแสจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว



รูป 3.34 การเปลี่ยนค่าของกระแสในวงจร RL มีค่าต่างกัน

ถ้าไม่ใส่ขดลวดเหนี่ยวนำในวงจร (L = 0) สมการที่ได้จะเหลือเพียง I = ξ/R ซึ่งเป็นสมการของวงจรไฟฟ้าที่มีเฉพาะตัวต้านทานนั่นเอง

ตัวอย่าง 3.18 ขดลวดมีความต้านทาน 200 โอห์ม มีความเหนี่ยวนำเท่ากับ 0.5 เฮนรี เมื่อต่อกับแหล่งจ่ายไฟตรง 12 โวลต์ จงหา

ก. สมการแสดงการเปลี่ยนแปลงของกระแสที่เวลาใด ๆ

ข. กระแสไฟฟ้ามีค่า 63.2% ของค่าสูงสุด

ค. กระแสไฟฟ้าเมื่อเวลาผ่านไป 1 วินาที

วิธีทำ ก. สมการการเปลี่ยนแปลงของกระแสไฟฟ้า คือ

$$I(t) = \frac{\xi}{R}(1-e^{-Rt/L})$$

แทนค่า ξ = 12 V, L = 0.5 H และ R = 200 โอห์ม

$$I(t) = 0.06\,(1-e^{-400t})$$

ข. กระแสไฟฟ้าจะมีค่า 63.2% ของค่าสูงสุดเมื่อเวลาผ่านไปเท่ากับค่าคงที่ของเวลา

$$t = \tau_L = L/R = 2.5 \times 10^{-3} \text{ วินาที}$$

ค. เมื่อเวลาผ่านไป 1 วินาที กระแสไฟฟ้าในวงจรมีค่าเท่ากับ

$$I = 0.06\,(1 - e^{-400})$$

$$= 0.06 \text{ แอมแปร์}$$

$$= \text{กระแสไฟฟ้าค่าสูงสุดของวงจร}$$

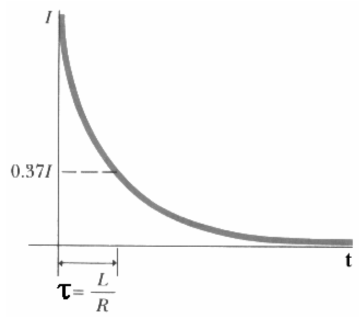
เมื่อยกสวิตช์ S ออกจากวงจร ในขณะที่ยังมีกระแสไหลในวงจรเท่ากับค่าสูงสุดคือ I_0 ถ้าไม่มีขดลวดเหนี่ยวนำ กระแสไฟฟ้าจะลดลงเป็นศูนย์ทันที แต่ถ้ามีขดลวดเหนี่ยวนำต่ออยู่ด้วย กระแสจะค่อย ๆ ลดลง ดังนี้

$$L\frac{dI}{dt} + IR = 0$$

$$\int_{I_0}^{I} \frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}\int_0^t dt$$

$$I(t) = I_0\, e^{-Rt/L}$$

กระแสไฟฟ้าจะค่อย ๆ ลดลงจากค่าสูงสุด I_0 แบบเอ็กซโพเนนเชียล เพราะขดลวดเหนี่ยวนำจะต้านการลดของกระแส เมื่อ t เท่ากับค่าคงที่เวลา จะได้ $I(\tau_L) = 0.368\, I_0$ เมื่อเวลาผ่านไปเท่ากับค่าคงที่ของเวลา กระแสไฟฟ้าในวงจรจะลดลงเหลือเพียง 36.8% ของค่าสูงสุด

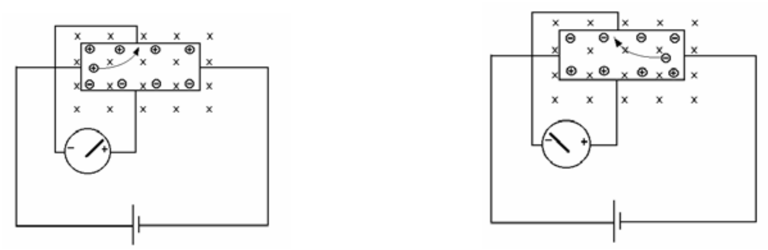


รูป 3.35 ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและเวลา เมื่อตัดสวิตช์ขณะที่มีกระแสไหลคงที่ในวงจร

3.10.7 ปรากฏการฮอล์ล

ฮอล์ล (Edwin Hall, 1879) ค้นพบว่าตัวนำที่มีกระแสไหลที่ถูกวางในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กจะเกิดแรงดันไฟฟ้าขึ้นในทิศตั้งฉากกับกระแสและจะมีสนามแไฟฟ้าที่เกิดจากความต่างศักย์นี้และเราจะเรียกปรากฏการณ์นี้ว่า “ปรากฏการณ์ฮอล์ล (Hall effect)” ปรากฏการณ์ฮอล์ลทำให้เราทราบว่าพาหะประจุที่ไหลในตัวนำเป็นบวก(โปรตอน) หรือลบ(อิเล็กตรอน) และยังสามารถหาค่าความหนาแน่นพาหะประจุได้

เราจะพบว่าเมื่อปรากฏการณ์ฮอล์ลเป็นปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นชั่วขณะกล่าวคือเมื่อถึงจุดหนึ่งแรงเนื่องจากสนามไฟฟ้าเนื่องจากปรากฏการณ์ฮอล์ลจะมีค่าเท่ากับแรงแม่เหล็กทำให้พาหะประจุเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงผ่านไปไม่โค้งไปรวมกันอยู่ข้างบนหรือลงข้างล่างอีกดังนั้นเมื่อสมดุล



รูปที่3.31

แรงไฟฟ้า = แรงแม่เหล็ก

หรือ $$qE_H = qv_dB$$

ดังนั้น $$E_H = v_dB$$

ถ้าความกว้างของแถบตัวนำเป็น d จะได้

$$V_H = dE_H = v_dBd$$

แต่ความเร็วลอยเลื่อน $v_d = \dfrac{I}{nqA}$ แทนค่าจะได้

$$V_H = \frac{IBd}{nqA}$$

สมมุติแผ่นตัวนำมีความหนาเป็น t จะได้ $A = td$ ดังนั้น

$$V_H = \frac{IBd}{nqtd}$$

ให้ $R_H = \dfrac{1}{nq}$ เป็นสัมประสิทธิ์ของฮอล์ลดังนั้น

$$V_H = R_H \frac{IB}{t} \qquad \text{....................} \quad (3.20)$$

สมการที่ 3.14 เป็นสมการที่ใช้หาค่าของปริมาณต่างๆในปรากฏการณ์ฮอล์ล จะพบว่าหากสัมประสิทธิ์ของฮอล์ลมีค่าเป็นบวกพาหะประจุคือโปรตอนแต่ถ้าสัมประสิทธิ์ของฮอล์ลเป็นลบพาหะประจุจะเป็นอิเล็กตรอน

แบบฝึกหัดหน่วยที่ 3

3.1 แรงแม่เหล็กที่กระทำบนประจุจะทำให้พลังงานจลน์ของมันเปลี่ยนไปหรือไม่

3.2 ถ้าอิเล็กตรอนผ่านเข้าไปในบริเวณหนึ่งแล้ว ไม่มีการเบี่ยงเบนไปจากแนวเดิม สรุปได้หรือไม่ว่าบริเวณนั้นไม่มีสนามแม่เหล็ก

3.3 อิเล็กตรอนในหลอดโทรทัศน์มีพลังงาน 12 กิโลอิเล็กตรอนโวลต์ เคลื่อนที่จากทิศใต้ไปทิศเหนือ บริเวณนั้นมีสนามแม่เหล็กโลกในแนวดิ่ง (พุ่งลงดิน) 5.5×10^{-5} เทสลา จงหา

ก. ทิศที่อิเล็กตรอนเบี่ยงเบนไป (ทิศตะวันออก)

ข. ความเร่งของอิเล็กตรอน (6.28×10^{4} เมตร/วินาที^{2})

ค. ระยะที่เบี่ยงเบนไป ถ้าอิเล็กตรอนเคลื่อนที่ในหลอดได้ระยะทาง 20 เซนติเมตร (ประมาณ 3 มิลลิเมตร)

3.4 สนามแม่เหล็ก B มีค่า 0.03 $\hat{k}$ เทสลา โปรตอนวิ่งผ่านสนามแม่เหล็กด้วยความเร็ว

$\bar{v} = (5\hat{i} + 7\hat{j}) \times 10^{5}$ เมตร/วินาที จงหา

ก. แรงที่กระทำบนโปรตอน $\left[\left(3.36\hat{i} - 2.4\hat{j}\right) \times 10^{-15}\,\mathrm{N}\right]$

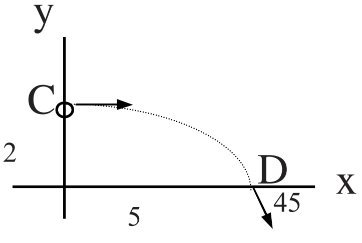
ข. ความเร่งของโปรตอนที่เวลาใด ๆ $\left[\left(2.01\hat{i} - 1.44\hat{j}\right) \times 10^{-12}\, \mathrm{m}/\mathrm{s}^{2}\right]$

3.5 โปรตอนเคลื่อนที่เป็นเส้นโค้งดังรูป เป็นผลมาจากสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้า ความเร็วที่จุด C และ D มีค่าเป็น $6.7 \times 10^{5}\ \hat{i}$ เมตร/วินาที และ $7.5 \times 10^{5} \left(\hat{i} - \hat{j}\right)$ เมตร/วินาที ตามลำดับ

ก. จงหางานที่ทำโดยสนามแม่เหล็กซึ่งทำให้โปรตอนเคลื่อนที่จาก C ไป D (0)

ข. จงหางานที่ทำโดยสนามไฟฟ้า ทำให้โปรตอนเคลื่อนที่จาก C ไป D (157×10^{12} J)

ค. ความต่างศักย์ $V_P - V_C$ (93.8×10^{9} V)



รูปสำหรับข้อ 3.5

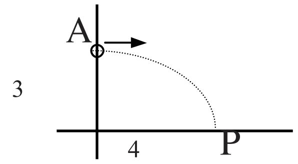
3.6. อิเล็กตรอนและโปรตอนอย่างละ 1 ตัว เคลื่อนที่ผ่านสนามแม่เหล็กที่มีค่าคงที่ จงเปรียบเทียบรัศมีและคาบของวงโคจร ถ้าเริ่มต้นอนุภาคทั้งสองมีพลังงานจลน์เท่ากัน กำหนดให้มวลของอิเล็กตรอน 9.11×10^{-31} กิโลกรัม มวลของโปรตอน = 1.67×10^{-27} กิโลกรัม ($R_p/R_e = 42.8$, $T_p/T_e = 1831$)

3.7 โปรตอนเคลื่อนที่จากจุด A จากซ้ายไปขวาด้วยความเร็ว v = 5×10^6 เมตร/วินาที

ก. จงหาขนาดสนามแม่เหล็กในทิศทางตั้งฉากกับความเร็ว ทำให้โปรตอนกระทบจุด P

(1.25×10^{-4} เทสลา พุ่งออกจากกระดาษ)

ข. จงหาความเร็วของโปรตอนขณะที่กระทบจุด P (5×10^6 เมตร/วินาที)



รูปสำหรับข้อ 3.7

3.8 สนามแม่เหล็กโลกที่เส้นศูนย์สูตรมีค่าประมาณ 7×10^{-5} เทสลา ในแนวขนานกับพื้นโลก ชี้ไปทางทิศเหนือ

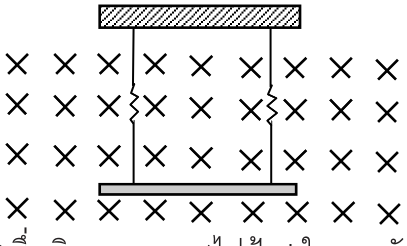
ก. โปรตอนต้องมีความเร็วเท่าใด จึงจะทำให้โปรตอนโคจรรอบโลกได้พอดี (ไม่ต้องคิดแรงดึงดูดระหว่างมวล) (0.999978 เท่าของความเร็วแสง)

ข. การตัดแรงดึงดูดระหว่างมวลทิ้งเหมาะสมหรือไม่

3.9ลวดเส้นหนึ่งยาว 1.0 เมตร มีกระแสไหลผ่าน 10 A และทำมุม 30° กับสนามแม่เหล็ก ซึ่งมีขนาด 1.5 เวเบอร์/เมตร^2 จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่เกิดขึ้นบนเส้นลวด (7.5 N)

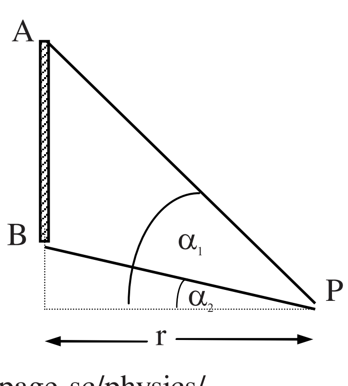
3.10 ลวดเส้นหนึ่งยาว 60 เซนติเมตร มีมวล 10 กรัม ห้อยอยู่บนตัวนำที่ยืดหยุ่นได้มีสนามแม่เหล็ก 0.40 เวเบอร์/เมตร^2 ผ่านในทิศดังรูป จงหาขนาดและทิศทางของกระแสที่จะทำให้แรงตึงในตัวนำเป็นศูนย์

รูปสำหรับข้อ 3.10



3.11 จงแสดงว่าสนามแม่เหล็กที่จุด P ซึ่งเกิดจากกระแสไฟฟ้า I ในลวดตัวนำ AB มีค่าเป็น

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r}(\sin\alpha_1 - \sin\alpha_2)\hat{\phi}$$

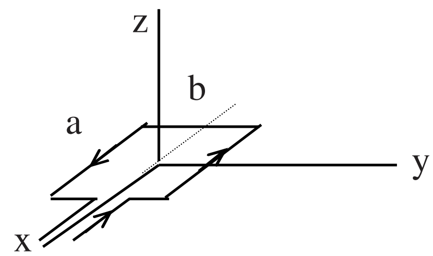


รูปสำหรับข้อ 3.11

3.12 ลวดตัวนำตรง 2 เส้น มีกระแสไหล 5 แอมแปร์ วางขนานกับแกน y ที่ตำแหน่ง $x = 2$ และ

$z = -2$ เมตร จงหาความเข้มสนามแม่เหล็กที่จุดกำเนิด ($\frac{0.281}{\sqrt{2}}(\hat{i}+\hat{k})$ A / m)

3.13 ขดลวดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง a ยาว b วางอยู่ในระนาบ $z = 0$ มีกระแส I ไหลผ่าน จงหาสนามแม่เหล็กที่เกิดจากขดลวดที่จุดใด ๆ บนแกน z



รูปสำหรับข้อ 3.13

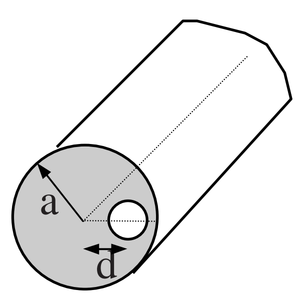
$$\left(B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{ab}{\sqrt{z^2+\left(\frac{a^2+b^2}{4}\right)}} \times \left(\frac{1}{z^2+\frac{a^2}{4}} + \frac{1}{z^2+\frac{b^2}{4}}\right)\right)$$

3.14 พื้นที่หน้าตัดของขดลวดโซลินอยด์เป็นรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส จำนวน N รอบ ขดลวดมีความยาว L มีกระแสไหล I ถ้า L >> a จงหาสนามแม่เหล็กที่จุดศูนย์กลางของโซลินอยด์

3.15 ทรงกระบอกตัน รัศมี a มีกระแสไฟฟ้า I ไหลผ่านพื้นที่หน้าตัดอย่างสม่ำเสมอ จงใช้กฎของแอมแปร์แสดงว่าสนามแม่เหล็กที่จุดใด ๆ คือ B = $\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{Ir}{a^2}$

3.16 ทรงกระบอกตัน รัศมี a ถูกเจาะให้เป็นท่อกลวง รัศมีของรูมีขนาด b จุดศูนย์กลางของรูที่เจาะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของทรงกระบอกเป็นระยะ d โดย d + b < a มีกระแสไหลผ่านพื้นที่หน้าตัดทรงกระบอกอย่างสม่ำเสมอ

รูปสำหรับข้อ 3.16



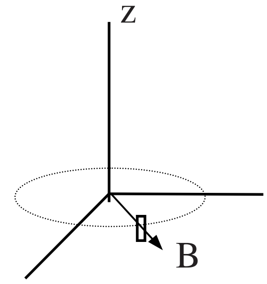
จงใช้กฎของแอมแปร์และหลักการของ Superposition หาขนาดสนามแม่เหล็กภายใน บริเวณรูปกลวง

($\frac{Id}{2(\pi a^2 - \pi b^2)}$ A / m)

3.17 แท่งโลหะยาว 1 เซนติเมตร วางขนานในแนวแกน z หมุนเป็นวงกลมรัศมี 25 เซนติเมตร ด้วยความเร็วเชิงมุม 1,200 รอบ/นาที จงหาแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นบนแท่งโลหะ ถ้ามีสนามแม่เหล็กที่มีความหนาแน่นฟลักซ์ $\vec{B} = 0.5\hat{r}$ เทสลาในบริเวณนี้

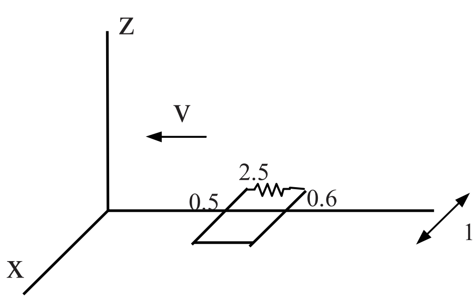
($-5.0 \times 10^{-2}\,\pi$ โวลต์ โดยที่ขั้วล่างเป็นบวกเมื่อเทียบกับขั้วบน)

รูปสำหรับข้อ 3.17



3.18 ขดลวดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเคลื่อนที่เข้าหาจุดกำเนิดด้วยความเร็ว $\vec{v} = -250\hat{j}$ เมตร/วินาที ในสนาม $\vec{B} = 0.8e^{-0.5y}\,\hat{k}$ เทสลา จงหากระแสเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นในขดลวด เมื่อขดลวดอยู่ที่ตำแหน่ง y = 0.5 เมตร. และ y = 0.6 เมตร ดังภาพ ให้ความต้านทานของขดลวด = 2.5 โอห์ม

(3.04 แอมแปร์ ทิศตามเข็มนาฬิกา)

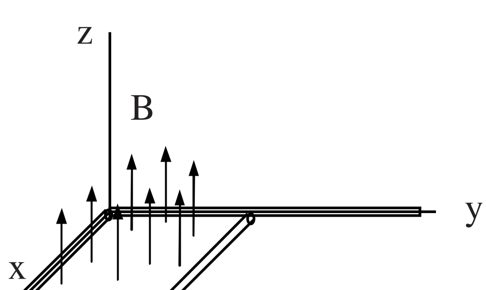


รูปสำหรับข้อ 3.18

3.19 ตัวนำเคลื่อนที่ขนานกับแกน x บนรางขนานดังรูป

ก. จงหาแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นบนแท่งตัวนำ เมื่อวางอยู่นิ่งที่ตำแหน่ง y = 0.05 เมตร และ $\vec{B} = 0.3\sin 10^4 t\,\hat{k}$ เทสลา [$-7.5 \cos 10^4 t$]

ข. ถ้าแท่งตัวนำเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v} = 150\hat{i}$ เมตร/วินาที จงหาแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้น [$-7.5 \cos 10^4 t - 2.25 \sin 10^4 t$]



รูปสำหรับข้อ 3.19

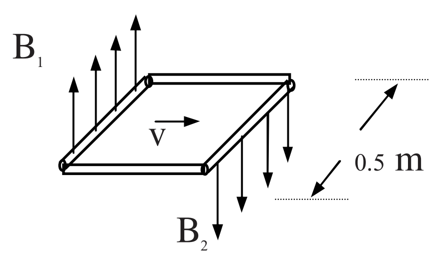
3.20 ตัวนำทรงกระบอกรัศมี 7 เซนติเมตร สูง 15 เซนติเมตร หมุนด้วยความเร็ว 600 รอบ/นาที มีสนาม $\vec{B} = 0.3\hat{r}$ เทสลา จงหาแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นที่ปลายบนและปลายล่างทรงกระบอก

(0.13 โวลต์, ขั้วล่างเป็นบวก)

3.21 จานโลหะกลมของฟาราเดย์ รัศมี a วางอยู่ในระนาบ xy หมุนด้วยความเร็ว ω เรเดียน/วินาที ในสนามแม่เหล็กที่มีความหนาแน่นฟลักซ์ $\vec{B} = B\hat{k}$ จงหาแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นที่ขอบจานโดยวัดเทียบกับจุดศูนย์กลาง

3.22 ขดลวดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเคลื่อนที่ไปทางขวามือด้วยความเร็ว 2.5 เมตร/วินาที ด้านซ้ายมือ ของขดลวดตัดกับสนามแม่เหล็กในทิศพุ่งขึ้น และตั้งฉากกับขดลวด B_1 = 0.3 เทสลา ด้านขวามือของขดลวดตัดกับสนามแม่เหล็ก B_2 มีขนาดเท่ากับ B_1 แต่มีทิศพุ่งลง จงหาขนาด และทิศของกระแสที่เกิดขึ้นในขดลวด

(15 mA, ทวนเข็มนาฬิกา)



รูปสำหรับข้อ 3.22

3.23 ขดลวดโซลินอยด์ รัศมี 2.5 เซนติเมตร มีจำนวนรอบ 400 รอบ ยาว 20 เซนติเมตร

ก. จงหาความเหนี่ยวนำของขดลวดโซลินอยด์

ข. อัตราการเปลี่ยนแปลงของกระแสไฟฟ้าต้องมีค่าเท่าใด จึงจะเกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำบนขดลวดเท่ากับ 75 มิลลิโวลต์

ค. ขณะที่ขดลวดมีแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ 75 มิลลิโวลต์ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์ผ่านพื้นที่หน้าตัดของขดลวดโซลินอยด์ (1.88×10^{-4} เทสลา.เมตร^2/วินาที)

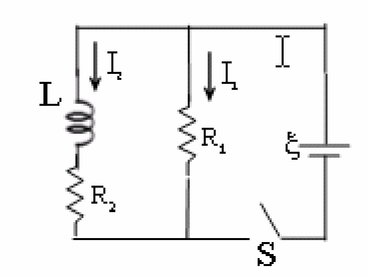
3.24 วงจร RL ประกอบด้วยแบตเตอรีขนาด 6 โวลต์ ต่ออนุกรมกับตัวต้านทานและขดลวด มีค่าคงที่ของเวลาเท่ากับ 600 ไมโครวินาที กระแสสูงสุดในวงจรเท่ากับ 300 มิลลิแอมแปร์

จงหาค่าความเหนี่ยวนำของขดลวด (12.0 mH)

3.25 ลวดตัวนำเส้นตรงยาวมาก 2 เส้น วางอยู่ในอากาศขนานกันห่างกันเป็นระยะ d ลวดแต่ละ เส้นมีรัศมี a จงหาความเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้น ($\frac{\mu_0 I}{\pi}\ln(d/a)$ เฮนรี)

3.26 กระแสในวงจร RL วงจรหนึ่งมีค่าเพิ่มขึ้นถึง 1/3 ของค่ากระแสสูงสุดในเวลา 5 วินาที จงหาค่าคงที่เวลาของวงจรนี้ (12 s)

3.27 กำหนดให้ ξ = 10 โวลต์, R_1 = 10 โอห์ม , R_2 = 5 โอห์ม , L = 5 เฮนรี เมื่อสับสวิตช์ S ให้เชื่อมวงจร จงคำนวณเมื่อตอนเริ่มต้นเชื่อมต่อสวิตช์และเมื่อสวิตช์ B เชื่อมต่อเป็นเวลานาน ๆ



รูปสำหรับข้อ 3.27

ก. I_1 (2A, 2A)

ข. I_2 (0, A)

ค. I (2A, 3A)

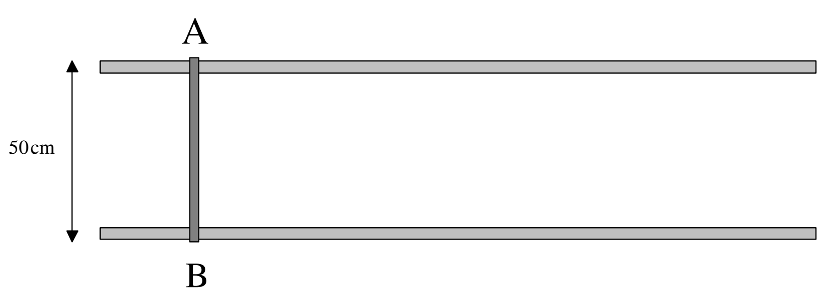
ง. ศักย์ไฟฟ้าตกคร่อม R_1 (0, 10V)

จ. ศักย์ไฟฟ้าตกคร่อม L (10V, 0)

ฉ. การเปลี่ยนแปลง dI_2/dt (2, 0)

3.28 จงหาความต่างศักย์ระหว่างปลายกันชนรถยนต์ ยาว 1.5 เมตร วิ่งไปทางเหนือด้วยความเร็ว 10 กม./ชม. ในสนามแม่เหล็กโลก 4.3×10^{-5} เทสลา (T) ทำมุมเท $64^\circ 9'$ (ตอบ 1.6 mv)

3.29 ท่อนตัวนำ AB วางบนรางตัวนำในสนามแม่เหล็ก $500\,{mV}/{m^2}$ ดังรูป



รูปสำหรับข้อ 3.29

ก. จงหาขนาดและทิศของแรงเคลื่อนไฟฟ้า ถ้า AB วิ่งไปทางขวาด้วยความเร็ว 4 m/s (ตอบ 1 โวลท์ จาก B ไป A)

ข. ถ้าความต้านทานของวง ABCD คงที่ = 0.2 โอห์ม จงหาแรงที่พอดีทำให้ท่อน AB เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ (ไม่คิดแรงเสียดทาน) (ตอบ 1.25 N)

3.30 ห่วงทองเหลืองกลมรัศมี a ความต้านทาน R วางให้ระนาบของห่วงตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กซึ่งมีขนาดเปลี่ยนแปลงตามสมการ $B = B_o \sin \omega t$ จงหากระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำในขดลวด ($I = \dfrac{\Pi^2 a\omega D_o \cos \omega t}{R}$)

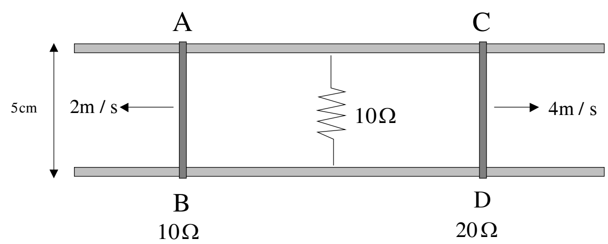
3.31 AC เจเนอเรเตอร์ประกอบด้วยขดลวด 20 รอบ แต่ละรอบมีพื้นที่เท่ากัน 0.01 ตารางเมตร ถ้าขดลวดทั้งหมดมีความต้านทาน 120 โอห์มและหมุนอยู่ในสนามแม่เหล็ก 0.2 เทสลาด้วยความถี่ 40 รอบ/วินาทีจงหา

ก.emf เหนียวนำสูงสุด (90.4 V)

ข.กระแสเหนี่ยวนำสูงสุด (0.75A)

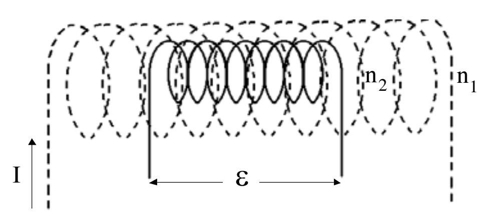
ค.จงเขียนกราฟแรงเคลื่อนไฟฟ้าคล่าวๆ

3.32 รางโลหะขนานและไม่มีความต้านทานวางห่างกัน 10 เซนติเมตร ถ้าต่อเข้ากับความต้านทาน 10 โอห์มและนำแท่งโลหะที่มีความต้านทาน 10 และ 15 โอห์มวางดังรูป ถ้าสนามแม่เหล็กมีขนาด 0.01 เทสลาพุ่งออกตั้งฉากกับกระดาษจงหากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน 10 โอห์มถ้าทำให้แท่งโลหะเคลื่อนที่ (160 μA)



รูปสำหรับข้อ 3.32

3.33 ขดลวดโซลีนอยด์มีจำนวนขอลวดต่อความยาว $n_1 = 100$รอบ/เมตร มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน $I = 100(1 - e^{-2t})$ ถ้าภายในขดลวดโซลีนอยด์นี้มีขดลวดโซลีนอยด์อีกอันหนึ่งที่มีรัศมีร่วมแกนเดียวกันและมีรัศมี 6 เซนติเมตรจงหาแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิด



รูปสำหรับข้อ 3.33