หน่วยที่ 1
แรงไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าสถิต

1.1 ประจุไฟฟ้า และกฎคูลอมบ์

ชาวกรีกรู้จักแรงไฟฟ้าสถิตตั้งแต่ 600 ปีก่อนคริสตศักราช โดย ธาลีส (Thales) นักปราชญ์ชาวกรีกพบว่าเมื่อถูแท่งอำพันกับผ้าขนสัตว์แท่งอำพันจะสามารถดึงดูดของที่มีน้ำหนัก เบาได้ เช่น ขนนก เศษฟางชิ้นเล็กๆ คำว่า electricity จึงมาจากคำว่า elektron หมายถึงแท่งอำพันในภาษากรีก การศึกษาแรงแม่เหล็กไฟฟ้าอย่างจริงจังเริ่มราว ๆ ปลายคริสตศตวรรษที่ 17

ค.ศ. 1771 คาเวนดิช (Cavendish) ได้ทดลองแรงไฟฟ้าสถิต

ค.ศ. 1752 เบนจามิน แฟรงคลิน เป็นผู้กำหนดประจุบวกประจุลบ โดยให้ประจุที่เกิดบนแท่งแก้วเมื่อถูกับผ้าไหมเป็นประจุบวก ประจุบนแท่งยางแข็งเมื่อถูกับผ้าขนสัตว์เป็นประจุลบ

ค.ศ. 1785 คูลอมบ์ (Coulomb) เริ่มเสนองานวิจัยเกี่ยวกับไฟฟ้าสถิต และเสนอกฎการหาแรงไฟฟ้าเรียกว่ากฎคูลอมบ์

ค.ศ. 1913 นีล บอร์ (Neil Bohr) ได้ศึกษาโครงสร้างของอะตอมพบว่าประจุไฟฟ้าที่เกิดขึ้นเมื่อนำแท่งแก้วถูกับผ้าไหม หรือแท่งยางถูกับผ้าขนสัตว์นั้นเป็นส่วนประกอบอย่างหนึ่งของอะตอม

อะตอมประกอบด้วยอนุภาคมูลฐานที่สำคัญ คือ โปรตอน นิวตรอนและอิเล็กตรอน โปรตอนและนิวตรอนอยู่ด้วยกันในนิวเคลียส มีอิเล็กตรอนวนรอบนิวเคลียส อิเล็กตรอนอาจมีเพียง 1 ตัว หรือหลายตัวขึ้นอยู่กับว่าเป็นอะตอมของธาตุใด นิวเคลียสมีเส้นผ่าศูนย์กลางประมาณ 10^{-15} เมตร ส่วนรัศมีของวงโคจรของอิเล็กตรอน (Bohr radius) ประมาณ 0.529×10^{-10} เมตร ในทางวิทยาศาสตร์กำหนดให้อิเล็กตรอนเป็นประจุไฟฟ้าลบ นิวตรอนไม่แสดงอำนาจประจุไฟฟ้า โปรตอนมีประจุไฟฟ้าบวก ในสภาพปกติอะตอมของธาตุหนึ่ง ๆ จะมีจำนวนอิเล็กตรอนและโปรตอนเท่ากัน อะตอมจึงมีสภาพเป็นกลางทางไฟฟ้า

ตาราง 1.1 แสดงขนาดของประจุและมวลของอนุภาคในอะตอม

อนุภาค	สัญลักษณ์	ประจุ	มวล
โปรตอน	p	$+ 1.6021\times10^{-19}$ คูลอมบ์	1.67252×10^{-27} กิโลกรัม
นิวตรอน	n	0	1.67482×10^{-27} กิโลกรัม
อิเล็กตรอน	e	$- 1.6021\times10^{-19}$ คูลอมบ์	$9.109\,1 \times 10^{-31}$ กิโลกรัม

จำนวนโปรตอนหรืออิเล็กตรอนของแต่ละธาตุดูได้จากเลขอะตอมของธาตุ (atomic number) อิเล็กตรอนทั้งหมดของธาตุต่าง ๆ ไม่ได้อยู่รวมกันเป็นวงเดียว แต่จะโคจรรอบนิวเคลียสเป็นชั้น ๆ อิเล็กตรอน

จะอยู่ในแต่ละวงด้วยจำนวนที่เป็นตามกฎเกณฑ์ที่แน่นอน แต่จำนวน อิเล็กตรอนในวงนอกสุดจะมีได้ไม่เกิน 8 ตัว เรียกอิเล็กตรอนที่อยู่วงนอกสุดนี้ว่า วาเลนซ์ อิเล็กตรอน (valence electron)

เมื่อให้พลังงานแก่อะตอม วาเลนซ์อิเล็กตรอนเป็นวงที่ได้รับพลังงานก่อนวงอื่น วาเลนซ์อิเล็กตรอนจึงหลุดจากวงโคจรเป็นอิเล็กตรอนอิสระได้ง่าย ๆ วิธีที่จะทำให้อิเล็กตรอนหลุดเป็นอิสระ เช่น การขัดสี การให้รังสีตกกระทบบนอะตอมดังเช่นในกรณีโฟโตเซล การให้พลังงานความร้อนแก่อะตอม เช่น การเผาไหม้หลอดวิทยุ อะตอมใดที่สูญเสียอิเล็กตรอนอะตอมนั้นจะแสดงอำนาจประจุไฟฟ้าบวก อะตอมใดเป็นฝ่ายได้รับอิเล็กตรอนอะตอมนั้นจะแสดงอำนาจประจุไฟฟ้าลบ

สมบัติของประจุไฟฟ้าที่สำคัญประการหนึ่งคือประจุที่เล็กที่สุดจะมีขนาดเท่ากับ 1.6021×10^{-19} คูลอมบ์ ไม่พบประจุที่มีขนาดเล็กกว่านี้ และขนาดประจุจะมีค่าเป็นจำนวนเต็มคูณกับขนาดประจุที่เล็กที่สุดนี้เสมอ ขนาดของประจุไฟฟ้าจึงมีค่าไม่ต่อเนื่อง เราเรียกว่าประจุเป็นปริมาณที่ถูกควอนไทซ์ (quantized)

จำนวนประจุในระบบหนึ่งซึ่งแยกเป็นเอกเทศจากระบบอื่นจะมีค่าคงที่เสมอ ไม่สามารถทำให้เกิดประจุเพิ่มขึ้นใหม่หรือสูญหายไปได้ หรือกล่าวเป็นกฎว่า ผลรวมแบบพีชคณิตของประจุบวกและลบของระบบที่เวลาใด ๆ ย่อมไม่เปลี่ยนแปลง เราเรียกกฎนี้ว่า กฎการอนุรักษ์ของประจุ (charge conservative law) หลักการนี้นำไปใช้ในปฏิกิริยาเคมี ปฏิกิริยานิวเคลียร์ แม้แต่ในกระบวนการที่เกี่ยวกับพลังงานสูง ๆ เช่น โฟตอน ที่มีพลังงานมากกว่า 1 MeV ทำให้เกิดอนุภาคคู่คือ อิเล็กตรอน และ โปสิตรอน ก็ยังคงเป็นไปตามหลักการอนุรักษ์ประจุ

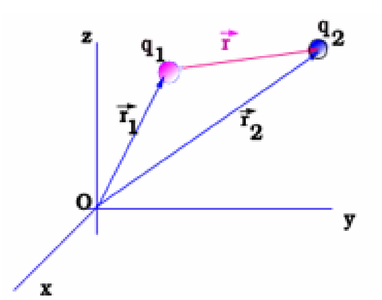
1.1.1 **กฎของคูลอมบ์**

คูลอมบ์ (Charles Coulomb, ค.ศ. 1736-1806) วิศวกรชาวฝรั่งเศส ได้ศึกษาและทดลองหาอันตรกิริยาระหว่างประจุ 2 ประจุที่อยู่นิ่ง พบว่า

1. ขนาดของแรงที่เกิดขึ้นแปรผันตรงกับผลคูณของประจุทั้งสอง และแปรผกผันกับกำลังสองของระยะทางระหว่างประจุทั้งสอง

2. ประจุชนิดเดียวกันจะเป็นแรงผลัก ถ้าเป็นประจุต่างชนิดกันแรงที่ได้จะเป็นแรงดึงดูด

3. ทิศของแรงอยู่ในแนวเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างประจุทั้งสอง



รูป 1.1 แสดงเวกเตอร์บอกตำแหน่งของ q_1 และ q_2

จากรูป ให้ q_1 และ q_2 เป็นจุดประจุวางห่างกันเป็นระยะ $|r|$ ต้องการหาแรงกระทำบน q_2 เนื่องมาจากถูก q_1 กระทำ จากกฎของคูลอมบ์ จะได้

$$\vec{F}_{12} = \frac{kq_1q_2}{r^2}\hat{r} \qquad \text{..................(1.1)}$$

ในทำนองเดียวกัน แรงที่ประจุ q_2 กระทำบน q_1 จะมีขนาดเท่ากัน แต่มีทิศตรงกันข้าม

ให้ $\vec{r}_1$ และ $\vec{r}_2$ เป็นเวกเตอร์บอกตำแหน่ง (position vector) ของประจุ q_1 และ q_2 ตามลำดับ ความสัมพันธ์ระหว่าง $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ และ $\vec{r}$ เขียนได้ดังนี้

$$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

ยูนิตเวกเตอร์ $$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|r|} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}$$

สมการ (1.1) จึงเขียนได้ใหม่ดังนี้

$$\vec{F}_{12} = \frac{kq_1q_2}{|r|^3}\vec{r} \qquad \text{.................... (1.2)}$$

k เป็นค่าคงที่จะมีค่าเท่าใดนั้นขึ้นอยู่กับระบบที่ใช้วัด ระบบ SI แรงที่วัดมีหน่วยเป็นนิวตัน (N) ประจุมีหน่วยเป็นคูลอมบ์ (C หรือ Coul) ระยะระหว่างประจุมีหน่วยเป็นเมตร (m)

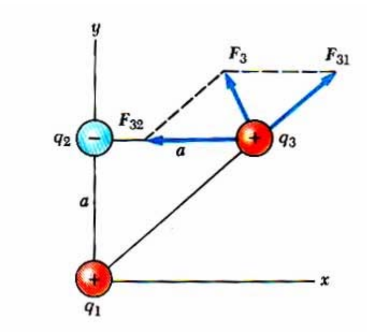
จากการทดลองพบว่า ค่า k ในระบบ SI มีค่าเท่ากับ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ เมื่อ ε_0 เป็นสภาพยอมของสูญญากาศ(permittivity) หรือค่าคงที่ไดอิเล็กตริกของสูญญากาศ = 8.854×10^{-12} ฟารัด/เมตร

ดังนั้น ค่าคงที่ k ในสูญญากาศจึงเท่ากับ 8.9874×10^{9} นิวตัน.เมตร^2/(คูลอมบ์)^2 กฎของคูลอมบ์ในสูญญากาศจึงเขียนได้เป็น

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{|r|^3}\vec{r} \qquad \text{..................(1.3)}$$

1.1.2 คำนวณโจทย์เกี่ยวกับกฎคูลอมบ์

ตัวอย่าง1.1 จุดประจุวางอยู่ในตำแหน่งดังรูป เมื่อ $q_1 = q_3 = 5$ ไมโครคูลอมบ์ , $q_2 = -5$ ไมโครคูลอมบ์ และ $a = 0.1$ เมตร จงหาแรงลัพธ์ที่กระทำบน q_3



รูป 1.2 แสดงประจุในตัวอย่าง 1.1

วิธีทำ ต้องการหาแรงไฟฟ้าที่เกิดขึ้นที่ q_3 ให้คิดว่า q_3 เป็นฝ่ายถูกประจุ q_1 และ q_2 ส่งแรงมากระทำ แผนภาพของแรงแสดงไว้ในรูป 1.2

ให้ F_{31} เป็นแรงที่เกิดจากประจุ q_1 กระทำบนประจุ q_3

$$F_{31} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_3}{r^2}$$

แทนค่า q_1 q_3 และ $r = \sqrt{a^2+a^2}$ m ลงไปในสมการ จะได้

$$F_{31} = \frac{(9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2})(5\times10^{-6}\,C)(5\times10^{-6}\,C)}{\sqrt{2}(0.1m)^2} \quad N$$

$$= 11.25 \ N$$

ให้ F_{32} เป็นแรงที่เกิดจากประจุ q_2 กระทำบนประจุ q_3

$$F_{32} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2q_3}{a^2}$$

แทนค่า q_2 q_3 และ $a = 0.1$ m ลงไปในสมการ จะได้

$$F_{31} = \frac{(9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})(-2\times10^{-6}\,C)(5\times10^{-6}\,C)}{(0.1m)^2} \quad N$$

$$= -9 \ N$$ (เครื่องหมายลบแสดงให้รู้ว่าเป็นแรงดึงดูด)

มุมระหว่าง F_{31} กับ F_{32} คือ 135 องศา แรงลัพธ์ F_3 หาได้จาก

$$F_3 = \sqrt{F_{31}^2 + F_{32}^2 + 2F_{31}F_{32}\cos135^0}$$

$$= \sqrt{11.25^2 + 9^2 + 2(11.25)(9)\cos135^0}$$

$$= 8.023 \ N$$

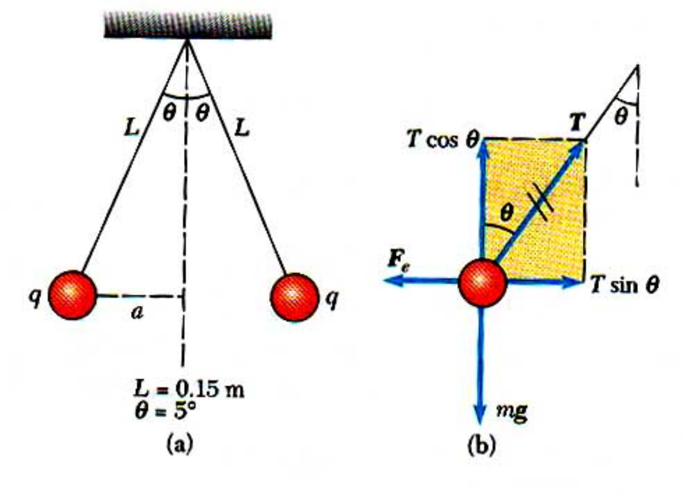
ทิศของแรงลัพธ์ F_3 ทำมุมกับแนวแรง F_{32} หาได้จาก

$$= \tan^{-1}\left(\frac{F_{31}\sin135^0}{F_{32}+F_{31}\cos135^0}\right)$$

$$= \tan^{-1}(10.75)$$

$$= 84.70 \text{ องศา}$$

ตัวอย่าง 1.2 ทรงกลมเล็ก ๆ 2 ลูก มีประจุชนิดเดียวกันขนาดเท่ากัน แต่ละลูกมีมวล 3×10^{-2} kgแขวนดังรูป เชือกยาว L = 0.15 m และทำมุม $\theta = 5^0$ จงหาขนาดของประจุในแต่ละลูกทรงกลม



รูป 1.3 แสดงแผนภาพของแรงในตัวอย่าง 1.2

วิธีทำ แรงผลักทางไฟฟ้า F_e ที่เกิดขึ้นที่ลูกทรงกลมแต่ละลูกมีขนาดเท่ากัน จึงคิดการสมดุลของแรงบนทรงกลมลูกใดลูกหนึ่งก็เพียงพอ แผนผังของแรงทั้งหลายที่กระทำบนลูกทรงกลมแสดงไว้ในรูป 1.3 (b)

เมื่อทรงกลมอยู่นิ่ง

$$F_e = T\sin\theta \qquad (1)$$

$$Mg = T\cos\theta \qquad (2)$$

นำสมการ (1) และ (2) หารกัน จะได้

$$F_e = mg\tan\theta$$

แทนค่า $F_e = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q^2}{(2a)^2}$ และ $a = L\sin\theta = L\sin 5^0$

จะได้

$$q = \sqrt{4\pi\varepsilon_0 (4L^2\sin^2 5)(mg)\tan 5^0}$$

แทนค่าตามที่โจทย์กำหนดให้

$$q = \sqrt{4\pi \times (8.854\times 10^{-12}\frac{C^2}{N.m^2})(4\times 0.15m^2\sin^2 5)(3\times 10^{-2}kg)(9.81m/s^2)\tan 5^0}$$

$$= 4.4\times 10^{-8}\ C$$

จากทั้งสองตัวอย่างจะเห็นว่าไม่ได้คิดถึงมวลของประจุไฟฟ้า อันที่จริงแล้วมวลย่อมทำให้เกิดแรงโน้มถ่วงด้วย เมื่อเปรียบเทียบแรงไฟฟ้า (F_E) กับแรงโน้มถ่วง (F_G) โดยพิจารณาอะตอมไฮโดรเจนซึ่งมีอิเล็กตรอนและโปรตอนอย่างละหนึ่งตัวอยู่ห่างกัน (r) 0. 53×10^{-10} เมตร จะได้

$$\frac{F_E}{F_G} = \frac{ke^2/r^2}{Gm_pm_e/r^2} = 2.27\times10^{39}$$

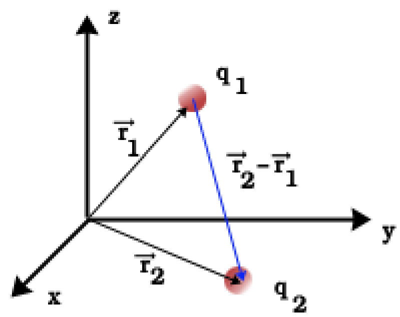
G คือ ค่าคงที่ของแรงโน้มถ่วง 6.67×10^{-11} นิวตัน.ตารางเมตร/กิโลกรัม^2

m_p, m_e คือ มวลของโปรตอนและอิเล็กตรอนตามลำดับ ดูจากตาราง 1.1

แรงโน้มถ่วงมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับแรงไฟฟ้า ในการคำนวณจึงตัดแรงโน้มถ่วงระหว่างมวลของประจุทิ้งได้

ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นการนำวิธีวิเคราะห์เวกเตอร์ มาประยุกต์หาแรงคูลอมบ์*

ตัวอย่าง 1.3 กำหนดให้ q_1 = 470 ไมโครคูลอมบ์ อยู่ที่ตำแหน่ง (1,2,4) เมตร q_2 = 250 ไมโครคูลอมบ์ อยู่ที่ตำแหน่ง (3,3,0) เมตร จงหาแรงที่ประจุ q_1 กระทำบนประจุ q_2



รูป 1.4 แสดงเวกเตอร์ตำแหน่งของจุดประจุในตัวอย่าง1.3

วิธีทำ q_2 เป็นประจุที่ถูก q_1 ส่งแรงมากระทำ ระยะห่างระหว่างประจุทั้งสอง คือ $|\vec{r}_2-\vec{r}_1|$

แรงที่เกิดขึ้นบน q_2

$$\vec{F}_{12} = \frac{kq_1q_2}{|\vec{r}_2-\vec{r}_1|^3}(\vec{r}_2-\vec{r}_1)$$

ในที่นี้

$$\vec{r}_2-\vec{r}_1 = 2\hat{i}+\hat{j}-4\hat{k} \quad \text{เมตร}$$

$$|\vec{r}_2-\vec{r}_1| = \sqrt{2^2+1^2+4^2} = 4.583 \quad \text{เมตร}$$

แทนค่า

$$F = \frac{(9\times10^9)(470\times10^{-6})(250\times10^{-6})(2\hat{i}+\hat{j}-4\hat{k})}{(4.583)^3} \quad \text{นิวตัน}$$

$$= 21.972\hat{i} + 10.986\hat{j} - 43.944\hat{k} \quad \text{นิวตัน}$$

1.2 สนามไฟฟ้า (Electric Field)

ถ้าวางประจุ q ไว้อย่างโดดเดี่ยวจะไม่มีแรงไฟฟ้าปรากฏขึ้น แต่ถ้านำประจุ q_0 มาวางไว้ใกล้ ๆ ประจุ q พบว่าจะมีแรงไฟฟ้ากระทำบน q_0 ขนาดของแรงจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับขนาดของ q_0 และระยะห่างระหว่างประจุทั้งสอง กล่าวได้ว่า q_0 อยู่ในบริเวณสนามของแรงไฟฟ้าของ q ถ้านำประจุอื่น ๆ มาวางในสนามของ q บ้าง ขนาดของแรงไฟฟ้าที่เกิดขึ้นบนประจุนั้นย่อมไม่เท่ากับแรงไฟฟ้าที่เกิดขึ้นบน q_0 ขนาดของแรงขึ้นอยู่กับขนาดของประจุที่นำมาวาง การอธิบายแรงที่เกิดขึ้นเพราะอิทธิพลของ q จะสะดวกขึ้นถ้ามีปริมาณสักปริมาณหนึ่งที่ไม่ขึ้นอยู่กับขนาดของประจุที่นำมาวาง ปริมาณ "สนามไฟฟ้า" จึงมีขึ้นเพราะเหตุนี้

1.2.1 นิยามของสนามไฟฟ้า

นิยามของสนามไฟฟ้าที่จุดหนึ่ง ๆ คือแรงที่กระทำต่อประจุขนาดหนึ่งหน่วยที่จุดนั้น

ให้ E เป็นสัญลักษณ์ที่ใช้เขียนแทนสนามไฟฟ้า

$$\bar{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

$$\bar{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{|r|^2}\hat{r}\left(\frac{1}{q_0}\right)$$

$$\bar{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{|r|^2}\hat{r} \qquad \text{..................(1.4)}$$

หน่วยของสนามไฟฟ้ามีหน่วยเป็น นิวตัน/คูลอมบ์ (N/C) หรือ โวลต์/เมตร (V/m) นิยามของ E ในสมการ (1.4) นั้น มีเงื่อนไขอยู่ว่า q จะต้องเป็นประจุที่อยู่นิ่ง q_0 ต้องมีค่าน้อยที่สุดเท่าที่จะทำได้ มิฉะนั้นสนามไฟฟ้าของ q_0 จะทำให้เกิดแรงบน q ทำให้ประจุ q มีการเคลื่อนที่ หรือไม่ก็จะทำให้เกิดการเหนี่ยวนำประจุในสาร (ในกรณีที่ q อยู่ในสารใด ๆ) สมการ (1.4) เขียนใหม่ได้เป็น

$$\bar{E} = \lim_{q_0\to 0}\frac{\vec{F}}{q_0} \text{ นิวตัน/คูลอมบ์ ....(1.5)}$$

เราเรียก q_0ว่าเป็นประจุทดสอบ (test charge) และไม่มีทางทำให้ q_0 มีค่าน้อยกว่า 1.6×10^{-19} C

1.2.2 สนามไฟฟ้าของจุดประจุ

ถ้ามีประจุอยู่ n ตัว คือ $q_1, q_2, .. q_n$ ประจุ q_0วางอยู่ในสนามไฟฟ้าของประจุเหล่านี้ แรงไฟฟ้าที่กระทำบน q_0 เนื่องจากประจุ n ตัว หาได้โดยหาสนามของประจุ q_1 เพียงตัวเดียว ($\bar{E}_1$) หาสนามของประจุ q_2 ($\bar{E}_2$) เพียงตัวเดียว ทำอย่างนี้เรื่อย ๆ ไป จนถึง q_nแล้วหาสนามรวมโดยอาศัยการรวมแบบเวกเตอร์ ถึงแม้ว่าจะมีประจุเรียงรายอยู่หลายตัวก็ตาม อันตรกิริยาระหว่างประจุใด ๆ กับประจุ q_n จะไม่มีการเปลี่ยนแปลง ในการหาสนามไฟฟ้าของประจุตัวใดตัวหนึ่ง สนามไฟฟ้าของประจุตัวอื่นที่มิได้นำมาคิดจะไม่มีผลรบกวนต่อค่าสนามนี้ จึงสามารถหาสนามของประจุแต่ละตัวได้ วิธีการเช่นนี้เรียกว่า principle of superposition

ตัวอย่าง 1.4 โปรตอนตัวหนึ่งวางอยู่ในสนามไฟฟ้า 2.0 x 10^4 N/c มีทิศในแนวแกน +x จงหาแรงไฟฟ้าที่เกิดขึ้นบนโปรตอนนี้

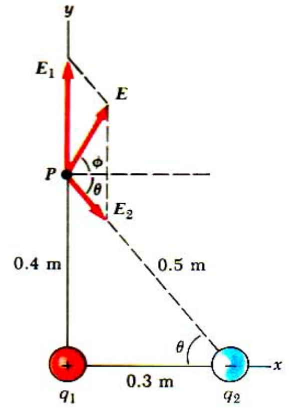
วิธีทำ ขนาดประจุของโปรตอนคือ 1.6 x 10^{-19} C แรงไฟฟ้าที่เกิดขึ้นที่ประจุคือ

$$\vec{F} = q\vec{E} = (1.6\times10^{-19}\,C)(2.0\times10^{4}\ \hat{i}\ N/C)$$

$$= 3.2\times10^{-15}\ \hat{i}\ N$$

เมื่อ $\hat{i}$ คือ เวกเตอร์หน่วย มีทิศชี้ไปในแนว +x

ตัวอย่าง 1.5 ประจุ q_1 = 7 ไมโครคูลอมบ์ วางอยู่ที่จุดกำเนิดและประจุ q_2 = -5 ไมโครคูลอมบ์ วางอยู่บนแกน x ห่างจากจุดกำเนิด 0.3 m จงหาสนามไฟฟ้าที่จุด P ซึ่งอยู่ที่ตำแหน่ง (0,0.40) m



รูป 1.5 แสดงการหาสนามไฟฟ้าในตัวอย่าง 1.6 สนามไฟฟ้าลัพธ์ที่จุด P เกิดจากผลรวมแบบเวกเตอร์ของสนาม E_1 และ E_2

วิธีทำ ขั้นแรก หาขนาดของสนามไฟฟ้าที่เกิดจากจุดประจุแต่ละตัว E_1 เป็นสนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุ 7.0 ไมโครคูลอมบ์ E_2 เป็นสนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุ -5.0 ไมโครคูลอมบ์

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_1^2}$$

$$= (9.0\times10^{9}\ \frac{N.m^2}{C^2})(\frac{7.0\times10^{-6}\ C}{(0.4m)^2})$$

$$= 3.9\times10^{5}\ N/C$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_2^2}$$

$$= (9.0\times10^{9}\ \frac{N.m^2}{C^2})(\frac{5.0\times10^{-6}\ C}{(0.5m)^2})$$

$$= 1.8\times10^{5}\ N/C$$

เวกเตอร์ E_1 มีทิศในแนวแกน y ส่วน เวกเตอร์ E_2 สามารถแตกเป็นเวกเตอร์ย่อยในแนวแกน x จะได้ $E_2 \cos\theta = 3E_2/5$ และเวกเตอร์ย่อยในแนวแกน – y จะได้ $E_2 \sin\theta = -4E_2/5$ สามารถเขียนเป็นเวกเตอร์ได้เป็น

$$\vec{E}_1 = 3.9 \times 10^5 \hat{j} \quad \text{N/C}$$

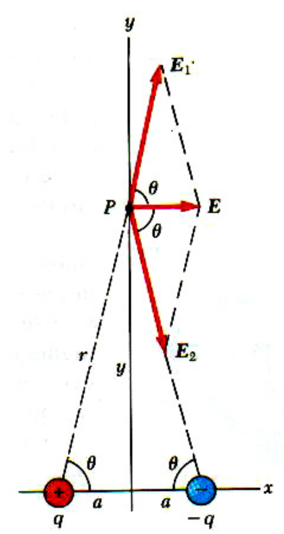
$$\vec{E}_2 = (1.1 \times 10^5 \hat{i} - 1.4 \times 10^5 \hat{j}) \ \text{N/C}$$

สนามไฟฟ้าลัพธ์ที่จุด P คือ

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (1.1 \times 10^5 \ \hat{i} - 1.4 \times 10^5 \hat{j}) \quad \text{N/C}$$

ขนาดของสนามไฟฟ้าลัพธ์ 2.7×10^5 N/C ทำมุม 66 องศากับแกน + x

ตัวอย่าง 1.6 ประจุไฟฟ้าแบบขั้วคู่ (dipole) ประกอบด้วยประจุบวกและลบ ขนาด q เท่ากัน วางห่างกันเป็นระยะ 2a ดังรูป จงหาสนามไฟฟ้าที่เกิดจากขั้วคู่ไฟฟ้านี้ ที่ตำแหน่ง P ซึ่งอยู่บนแกน y ให้ คิดว่า y >> a



รูป 1.6 สนามไฟฟ้าที่เกิดจากขั้วคู่ไฟฟ้า

วิธีทำ ประจุบวกและลบอยู่ห่างจากจุดกำเนิดเป็นระยะ a เท่ากัน จุด P ซึ่งอยู่บนแกน y จึงอยู่ห่างจากประจุทั้งสองเป็นระยะเท่ากัน สนามไฟฟ้า E_1 และ E_2 ซึ่งเป็นเกิดจากประจุบวกและลบตามลำดับจะมีขนาดเท่ากันด้วย สนามไฟฟ้าลัพธ์ E หาได้จาก $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ โดยที่

$$E_1 = E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{y^2 + a^2}$$

เมื่อพิจารณาจากรูป 1.6 จะเห็นว่าสนามไฟฟ้าย่อยของ E_1 และ E_2 ในแนวแกน y จะหักล้างกันหมดไป เหลือแต่สนามไฟฟ้าย่อยในแนวแกน x เท่านั้น สนามไฟฟ้าลัพธ์จึงมีแต่สนามในแนวเกน x หรือมีทิศขนานกับแกน x ขนาดเท่ากับ $2E_1 \cos\theta$

$$E = 2E_1\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q}{y^2+a^2}\frac{a}{\sqrt{y^2+a^2}}$$

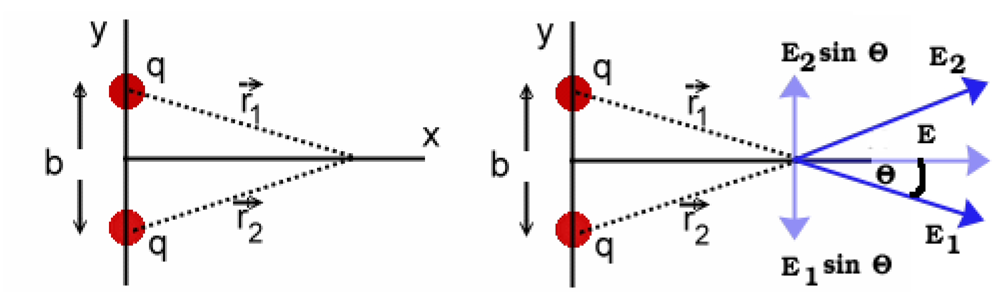
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2qa}{(y^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

เมื่อ y >> a สามารถใช้การประมาณค่าโดยตัดเทอม a^2 ทิ้งได้ สมการจะกลายเป็น

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2qa}{y^3} \quad \text{N/C}$$

จะเห็นว่าขนาดของสนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุขั้วคู่ไฟฟ้าจะแปรผันกับ $1/y^3$ ซึ่งต่างจากกรณีของจุดประจุซึ่งจะแปรผันตาม $1/y^2$ สนามไฟฟ้าที่เกิดจากขั้วคู่ไฟฟ้าจะลดค่าลงอย่างรวดเร็วกว่าทั้งนี้เพราะมีการหักล้างกันระหว่างสนามไฟฟ้าของประจุต่างชนิดกัน โมเลกุลของสารบางชนิดมีลักษณะเหมือนขั้วคู่ไฟฟ้า เช่น HCl

ตัวอย่าง 1.7 ระยะห่างระหว่างนิวเคลียสของโมเลกุลไฮโดรเจนเป็น b ที่ระยะใดความเข้มของสนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุบวกจะมีค่ามากที่สุด ให้ถือว่านิวเคลียสทั้งสองของไฮโดรเจนไม่มีการเคลื่อนที่ ไม่คำนึงถึงสนามไฟฟ้าจากอิเล็กตรอน



รูป 1.7 หาสนามไฟฟ้าที่เกิดจากนิวเคลียสของโมเลกุลไฮโดรเจน

วิธีทำ ต้องการหาระยะ x ซึ่งทำให้เกิดสนามไฟฟ้าค่ามากที่สุด สนามไฟฟ้าที่จุด x ใด ๆ เกิดจากผลรวมของสนามไฟฟ้า E_1 และ E_2

$$E_1 = \frac{kq}{r_1^2} = \frac{kq}{(x^2+\frac{b^2}{4})} \ \text{N/C} \searrow$$

$$E_2 = \frac{kq}{r_2^2} = \frac{kq}{(x^2 + \frac{b^2}{4})} \text{ N/C} \nearrow$$

สนามไฟฟ้าลัพธ์ที่จุด x ใด ๆ $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ จากรูปจะเห็นว่าสนามไฟฟ้าย่อยในแนวแกน y จะหักล้างกันหมดไปเหลือเฉพาะสนามไฟฟ้าในแนวแกน x เท่านั้น

$$E = E_x = 2E_1 \cos\theta$$

$$E = \frac{2kqx}{(x^2 + \frac{b^2}{2})^{3/2}} \text{ N/C ทิศในแนวแกน +x}$$

หาตำแหน่งที่สนามไฟฟ้ามีค่ามากที่สุด นั่นคือ

$$\frac{d|\vec{E}|}{dx} = 0$$

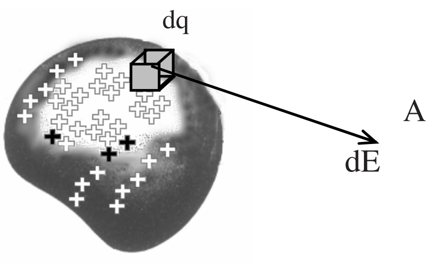
$$\frac{d}{dx}\left(\frac{2kqx}{(x^2 + \frac{b^2}{4})^{3/2}}\right) = 0$$

$$x = \pm\frac{b}{2\sqrt{2}}$$

สนามไฟฟ้าที่เกิดจากนิวเคลียสของโมเลกุลไฮโดรเจนมีค่ามากที่สุดที่ระยะ $x = \pm b/2\sqrt{2}$

123 สนามไฟฟ้าของประจุซึ่งกระจายอย่างต่อเนื่อง

กรณีที่ประจุกระจายอย่างต่อเนื่อง การหาสนามไฟฟ้าทำได้โดยแบ่งประจุเป็นส่วนเล็ก ๆ ขนาด dq ประจุขนาด dq จะทำให้เกิดสนามไฟฟ้าที่ระยะ |r| มีค่าเท่ากับ $d\vec{E}$



รูป 1.9 การหาสนามไฟฟ้าที่จุด A เมื่อประจุกระจายอย่างต่อเนื่อง

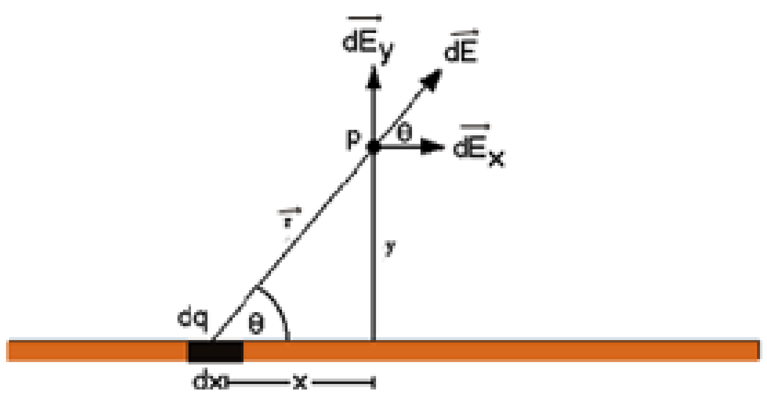
$$d\vec{E} = \frac{kdq}{|\vec{r}|^2}\hat{r}$$

หาสนามไฟฟ้าของประจุทั้งหมดทำได้โดยการอินทิเกรต

$$\vec{E} = \int_{all\,q} \frac{kdq}{|\vec{r}|^2}\hat{r} \qquad \text{..........................(1.8)}$$

การกระจายของประจุ dq จะอยู่ในรูปความหนาแน่นประจุต่อความยาว หรือต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ หรือต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร ขึ้นอยู่กับการเรียงตัวของประจุมีลักษณะอย่างไร ดังที่จะได้เห็นจากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 1.8 แท่งโลหะยาวอนันต์ มีประจุบวกกระจายอย่างสม่ำเสมอ ความหนาแน่นประจุเชิงเส้น $= \lambda$ จงหาสนามไฟฟ้าที่จุด P ดังรูป



รูป 1.10 สนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุต่อเนื่องเป็นรูปเส้นตรงยาวอนันต์

วิธีทำ สนามไฟฟ้าที่จุด P อันเนื่องมาจากประจุ dq ตามรูปคือ

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}$$

ตามรูป 1.10 $dq = \lambda\, dx$ $\quad r = y \operatorname{cosec}\theta$ แทนค่าจะได้

$$dE = \frac{K\lambda dx}{y^2 \csc^2\theta}$$

เมื่อ $K = 1/4\pi\varepsilon_0$

แต่ $x = y\cot\theta$ ดังนั้น $dx = -y\csc^2\theta \; d\theta$ แทนค่าในสมการจะได้

$$dE = \frac{K\lambda y \csc^2\theta d\theta}{y^2 \csc^2\theta} = \frac{K\lambda d\theta}{y}$$

ดังนั้นสนามไฟฟ้ารวมทั้งหมดที่เกิดจากแท่งโลหะยาวอนันต์คือ

$$E = \int \frac{K\lambda d\theta}{y}$$

ในแนวแกน x $E_x = E\cos\theta = \int \frac{K\lambda \cos\theta d\theta}{y}$ ทำการอินทิเกรตจะได้และแทนค่าเงื่อนไขจะได้

$$E_x = \int \frac{K\lambda \cos\theta d\theta}{y} = \frac{K\lambda}{y}\int_0^{\pi} \cos\theta d\theta$$

$$= \frac{K\lambda}{y}(\sin\theta)\Big|_0^{\pi} = \frac{K\lambda}{y}(\sin\pi - \sin 0)$$

$$E_x = 0$$

ในแนวแกน y $E_y = E\sin\theta = \int \frac{K\lambda \sin\theta d\theta}{y}$ ทำการอินทิเกรตจะได้และแทนค่าเงื่อนไขจะได้

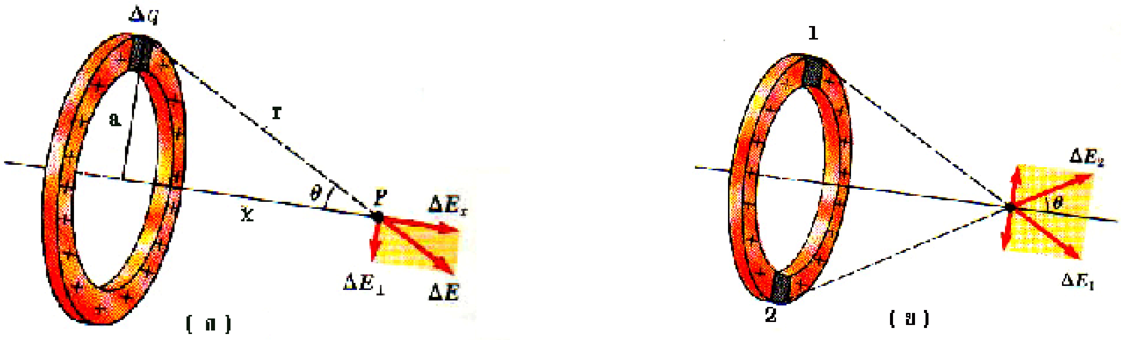
$$E_y = \int \frac{K\lambda \sin\theta d\theta}{y} = \frac{K\lambda}{y}\int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta$$

$$= \frac{K\lambda}{y}(-\cos\theta)\Big|_0^{\pi} = \frac{K\lambda}{y}(\cos 0 - \cos\pi)$$

$$E_y = \frac{2K\lambda}{y}$$

นั่นคือสนามไฟฟ้าจากเส้นลวดจะมีเฉพาะตามแนวรัศมีเท่านั้นและมีขนาดเป็น $E = \frac{2K\lambda}{y}$

ตัวอย่าง 1.9 จงหาสนามไฟฟ้าจากประจุไฟฟ้าบวกที่กระจายตัวสม่ำเสมอทั้งหมด Q อยู่บนวงแหวนรัศมี a ที่จุดห่างจากศูนย์กลางวงแหวนไปเป็นระยะ x ดังรูป 1.11



รูป 1.11 ประจุกระจายอย่างสม่ำเสมอเป็นรูปวงแหวน

วิธีทำ สนามไฟฟ้าที่จุด P อันเนื่องมาจากประจุ dq ตามรูปคือ

$$dE = \frac{Kdq}{r^2}$$

ตามรูป $r^2 = a^2 + x^2, \cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{(a^2 + x^2)^{1/2}}$ แทนค่าจะได้

$$dE = \frac{Kxdq}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

เนื่องจากลักษณะสมมาตรจะทำให้สนามไฟฟ้ามีเฉพาะในแนวแกน x ดูรูป 1.11 ข ประกอบ ดังนั้นสนามไฟฟ้าทั้งหมดที่เกิดจากวงแหวนคือ

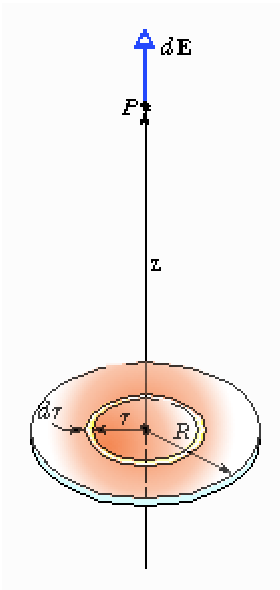
$$E_x = \int \frac{Kxdq}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{Kx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \int dq$$

หรือ

$$E_x = \frac{KQx}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

จะเห็นว่า ที่ จุดศูนย์กลางของวงแหวน x = 0 สนามไฟฟ้ามีค่าเป็นศูนย์

ตัวอย่าง 1.10 ประจุบวกกระจายบนจานกลมรัศมี R ความหนาแน่นประจุเชิงพื้นที่ เท่ากับ σ ต้องการหาสนามไฟฟ้าที่จุด P ซึ่งเป็นจุดใด ๆ บนแนวแกน z ดังรูป 1.12



รูป 1.12 ประจุบนแผ่นจานกลมรัศมี R

วิธีทำ เพื่อหลีกเลี่ยงการอินทิเกรตแบบสองชั้น จึงแบ่งพื้นที่จานกลมออกเป็นวงแหวนเล็ก ๆ จำนวนมาก ตั้งแต่ r = 0 จนถึง r = R พิจารณาวงแหวนเล็ก ๆ วงหนึ่งซึ่งอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของจานกลมเท่ากับ r ใด ๆ ความกว้างของวงแหวนเท่ากับ dr

ประจุที่กระจายอยู่บนวงแหวนเล็ก ๆ ที่พิจารณานี้คือ dq

$$dq = \sigma dA = \sigma(2\pi r\,dr)$$

เมื่อ dA คือพื้นที่วงแหวนเล็ก ๆ

ประจุ dq ที่อยู่บนวงแหวนนี้จะทำให้เกิดสนามไฟฟ้าที่จุด P สนามไฟฟ้าที่เกิดจากวงแหวนนี้ เราเคยหาไว้แล้วในตัวอย่างที่ 1.10 จะนำผลที่ได้มาใช้ในตัวอย่างนี้ จะได้

$$dE = \frac{Kz(2\pi r dr)}{(z^2 + r^2)^{3/2}}$$

ต้องการหาสนามไฟฟ้าที่เกิดจากจานกลมทั้งแผ่น ซึ่งจานกลมนี้เกิดจากวงแหวนเล็ก ๆ เรียงเป็นวงตั้งแต่ r = 0 ถึง r = R นั่นคือจะต้องอินทิเกรตตั้งแต่ r = 0 ถึง r = R จึงจะได้สนามไฟฟ้ารวมทั้งหมดของจานกลมนี้

$$E = \frac{\sigma z}{4\varepsilon_0}\int_{r=0}^{R}\frac{2rdr}{(z^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z}{(z^2 + r^2)^{1/2}}\right)$$

ผลลัพธ์ที่ได้คือขนาดของสนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุรูปจานกลม และคือว่า $z > 0$ ถ้าแผ่นประจุรูปจานกลมนี้มีขนาดใหญ่มาก ๆ ($R \to \infty$) ขนาดของสนามจะได้เป็น

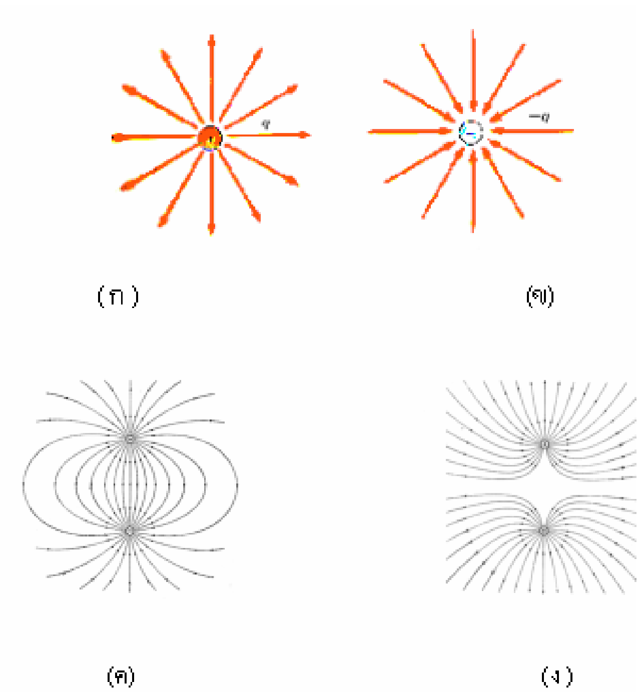
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad \text{N/C}$$

1.3 กฎของเกาส์

สนามไฟฟ้าของประจุแบบต่าง ๆ จากตัวอย่างที่ผ่านมาจะเห็นว่ามีค่าต่าง ๆ กัน ขึ้นอยู่กับลักษณะของประจุที่เป็นแหล่งกำเนิดสนาม สมการที่ได้อยู่ในรูปสมการเวกเตอร์ การอธิบายขนาดและทิศทางของสนามไฟฟ้าโดยอาศัยสมการเหล่านี้ ทำให้มองภาพของสนามไฟฟ้าได้ลำบาก เพื่อที่จะได้มองเห็นสนามไฟฟ้าให้มีลักษณะเป็นรูปธรรมมากขึ้น ไมเคิล ฟาราเดย์ ได้เสนอให้ใช้เส้นแรงแสดงลักษณะของสนามไฟฟ้า โดยให้เส้นแรงกับสนามไฟฟ้ามีความสัมพันธ์กันดังนี้

1. เส้นสัมผัสของเส้นแรงที่จุดใด ๆ จะบอกทิศทางของสนามไฟฟ้าที่จุดนั้น

2. จำนวนเส้นแรงที่ผ่านพื้นที่หน้าตัดจะแปรผันตรงกับความเข้มของสนามไฟฟ้า



รูป 1.13 ก. เส้นแรงไฟฟ้าที่เกิดจากจุดประจุบวก

ข. เส้นแรงที่เกิดจากจุดประจุลบ

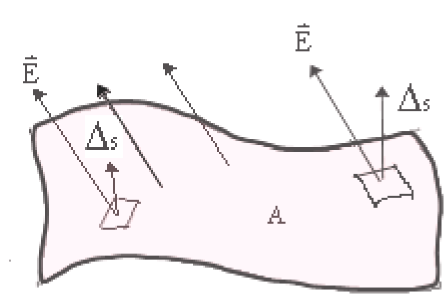
ค. เส้นแรงที่เกิดจากประจุตรงข้ามที่มีขนาดเท่ากัน

ง. เส้นแรงที่เกิดจากประจุชนิดเดียวกันมีขนาดเท่ากัน

1.3.1 **ฟลักซ์ไฟฟ้า**

กฎของเกาส์ใช้หาสนามไฟฟ้าของประจุที่มีการกระจายเป็นรูปเส้นตรง พื้นที่ หรือ ปริมาตร โดยที่ไม่ต้องใช้คณิตศาสตร์ที่ยุ่งยาก

ฟลักซ์ (flux) ของสนามไฟฟ้า หมายถึง จำนวนเส้นแรงไฟฟ้าที่พุ่งผ่านพื้นที่ที่กำหนดให้ สมมติว่าพื้นที่ A วางอยู่ในสนามไฟฟ้าดังรูป ฟลักซ์ทั้งหมดที่ผ่านพื้นที่ A หาได้ดังนี้ แบ่งพื้นที่ออกเป็นส่วนเล็ก ๆ ขนาด Δs เพราะพื้นที่ไม่ได้เป็นแผ่นเรียบ ทิศของ E กับทิศของ Δs ที่ตำแหน่งต่าง ๆ มีค่าไม่เท่ากัน เรียก Δs ว่าเป็นเวกเตอร์พื้นที่ มีทิศตั้งได้ฉากกับพื้นที่ส่วนเล็ก ๆ เสมอ



รูป 1.14 แสดงเส้นแรงไฟฟ้าผ่านพื้นที่ผิว ทิศของ E ทำมุม θ กับทิศของ Δs

ฟลักซ์ที่ผ่านพื้นที่เล็กๆ $= E\Delta s\cos\theta = \vec{E}.\Delta\vec{s}$

ต้องการหาฟลักซ์ทั้งหมดที่ผ่านพื้นที่ A ทำได้โดยรวมพื้นที่เล็กๆ Δs ทุก ๆ ค่า

$$\text{ฟลักซ์ทั้งหมด}(\Phi) = \sum_{i=1}^{n}\vec{E}.\Delta\vec{s}_i$$

ถ้าเราแบ่ง Δs ให้มีค่าน้อยมาก ($\Delta s\rightarrow 0$)

$$\lim_{\Delta S\to 0}\sum_i \vec{E}.\Delta\vec{s}_i = \int_s \vec{E}.d\vec{s}$$

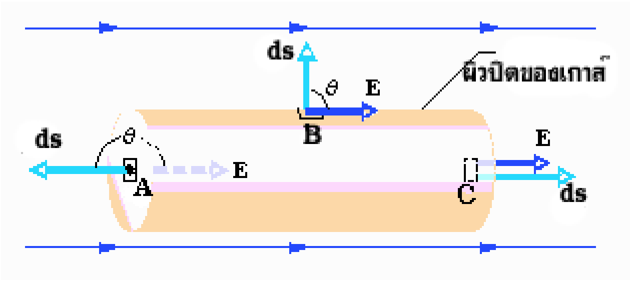
หน่วยของฟลักซ์คือ นิวตัน-เมตร^2/คูลอมบ์ ถ้า E มีทิศพุ่งเข้าสู่ภายในผิวปิดฟลักซ์จะเป็นลบ แต่ถ้า E มีทิศพุ่งออกจากผิวปิด ค่าฟลักซ์ เป็นบวก

ถ้าพื้นที่ผิวที่เส้นแรงพุ่งผ่านไม่มีช่องว่างติดต่อระหว่างภายในกับภายนอก เรียกพื้นที่นี้ว่าเป็นผิวปิด (closed surface) ฟลักซ์ทั้งหมดที่ผ่านผิวปิดคือ

$$\Phi = \oint_s \vec{E}.d\vec{s} \qquad \text{..........................(1.10)}$$

เครื่องหมายวงกลมรอบอินทิเกรตเป็นการบอกว่าอินทิเกรตนี้ คือ การอินทิเกรตรอบผิวปิด (closed surface integral)

ตัวอย่าง 1.11 ผิวปิดทรงกระบอกรัศมี R วางอยู่ในสนามไฟฟ้าขนาดคงที่ E จงหาฟลักซ์ทั้งหมดที่ผ่านพื้นที่ผิวปิดนี้



รูป 1.15 ผิวปิดรูปทรงกระบอกในสนามไฟฟ้าค่าคงที่มีทิศขนานกับแกนของทรงกระบอก

วิธีทำ ฟลักซ์จะผ่านผิวปิด 3 ด้านคือ ผ่านผิวราบด้านซ้าย ผิวด้านข้าง และผ่านผิวราบด้านขวา

$$\Phi = \oint_{cylinder} \vec{E}.d\vec{s}$$

$$\Phi = \int_A \vec{E}.d\vec{s} + \int_B \vec{E}.d\vec{s} + \int_C \vec{E}.d\vec{s}$$

$$\Phi = \int_A E ds\cos 180 + \int_B E ds\cos 90 + \int_C E ds\cos 0$$

E มีค่าคงที่ และ $\int ds = \pi R^2$

$$\Phi = -E\pi R^2 + 0 + E\pi R^2$$

ฟลักซ์ที่ผ่านผิวปิดรูปทรงกระบอกมีค่าเป็นศูนย์ เส้นแรงพุ่งผ่านผิวปิดด้าน A แล้วทะลุผ่านผิวปิดที่ด้าน C

ซึ่ง เกาส์ ได้หาความสัมพันธ์ระหว่างฟลักซ์ที่ผ่านผิวปิดกับประจุภายในผิวปิดดังนี้

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

หรือ $$\oint_S \vec{E}.d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad \text{........................(1.11)}$$

เมื่อ q คือประจุสุทธิภายในผิวปิด ถ้า ϕ = 0 แสดงว่าภายในผิวปิดนั้นไม่มีประจุไฟฟ้าอยู่เลย

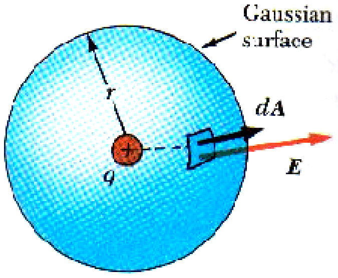
1.3.2 การนำกฎของเกาส์ไปหาสนามไฟฟ้า

หลักการนำกฎของเกาส์ไปหาสนามไฟฟ้ามีดังนี้

1. ต้องรู้ทิศทางของสนามไฟฟ้ามาก่อน กฎของเกาส์ใช้หาเฉพาะขนาดของสนามไฟฟ้าเท่านั้น
2. ต้องให้ตำแหน่งที่ต้องการหาสนามเป็นจุด ๆ หนึ่งบนผิวปิดนั้น
3. ผิวปิดควรมีรูปทรงเป็นแบบเรขาคณิต และเส้นแรงที่ผ่านผิวปิดควรตั้งได้ฉากหรือขนานกับผิวปิด และขนาดของ E ควรมีค่าคงที่
4. ผิวปิดควรมีลักษณะสมมาตรเมื่อมองเทียบกับประจุ

ตัวอย่าง 1.13 จงหาสนามไฟฟ้าของจุดประจุที่ระยะ r ใดๆ

วิธีทำ สนามไฟฟ้าของจุดประจุมีทิศพุ่งออกจากประจุบวกทุกทิศทุกทาง ผิวปิดที่เหมาะสม คือผิวปิดรูปทรงกลมรัศมี r โดยให้จุดประจุอยู่ที่จุดศูนย์กลางของทรงกลม



รูป 1.16 ผิวปิดของเกาส์รูปทรงกลมรัศมี r ปิดล้อมจุดประจุ q

เส้นแรงของสนามไฟฟ้าจะมีทิศตั้งได้ฉากกับเส้นสัมผัสของผิวทรงกลมที่จุดใดๆ (หรือมีทิศเดียวกับทิศ dS) ขนาดของสนามไฟฟ้าบนผิวทรงกลมจะมีค่าเท่ากันทุกจุด

จากกฎของเกาส์จะได้ $\oint_S \vec{E}.d\vec{s} = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$

เพราะ E มีค่าคงที่ทุก ๆ จุดบนผิวปิด จะได้

$$E\oint ds = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

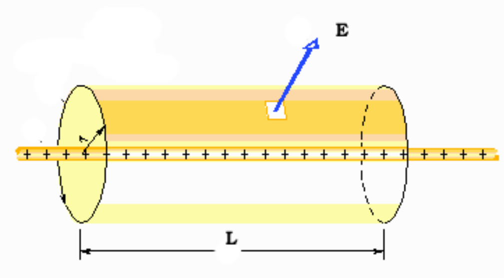
$\oint ds$ คือ พื้นที่ผิวทรงกลมทั้งหมด = $4\pi r^2$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

ซึ่งเป็นค่าสนามไฟฟ้าของจุดประจุ สมการที่ได้เหมือนกับที่หาได้จากกฎของคูลอมบ์

ตัวอย่าง 1.14 เส้นประจุยาวอนันต์ ความหนาแน่นประจุเชิงเส้น = λ คูลอมบ์/เมตร ต้องการหาสนามไฟฟ้าที่อยู่ห่างจากเส้นประจุเป็นระยะ r



รูป 1.17 ผิวปิดทรงกระบอกยาว L ปิดล้อมเส้นประจุยาวอนันต์

วิธีทำ เลือกผิวปิดรูปทรงกระบอกยาว L รัศมี r ให้เส้นประจุผ่านแกนของทรงกระบอก

ประจุสุทธิในผิวปิด $= \lambda L$ คูลอมบ์

จากกฎของเกาส์ $\oint_S \vec{E}.d\vec{s} = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$

$$\int_{\text{LeftArea}} E ds \cos 90 + \int_{\text{SideArea}} E ds \cos 0 + \int_{\text{RightArea}} E ds \cos 90 = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0}$$

$$E 2\pi r L = \lambda \frac{L}{\varepsilon_0}$$

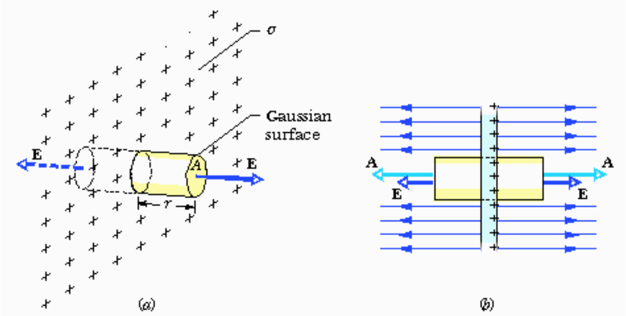
$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$ นิวตัน/คูลอมบ์

ผลลัพธ์เหมือนกับการใช้วิธีอินทิเกรตใน**ตัวอย่าง** 1.8

ตัวอย่าง 1.15 จงหาสนามไฟฟ้าของประจุที่กระจายเป็นแผ่นขนาดอนันต์ มีความหนาแน่นประจุต่อพื้นที่เท่ากับ σ คูลอมบ์/ตารางเมตร

วิธีทำ ให้ E เป็นสนามไฟฟ้าที่จุดซึ่งอยู่ห่างจากแผ่นประจุในแนวตั้งฉากเป็นระยะ r

เพราะประจุกระจายเป็นแผ่นขนาดอนันต์ สนามในแนวราบที่ขนานกับแผ่นจะหักล้างกัน หมดไป เหลือแต่สนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉากกับแผ่นซึ่งมีอยู่ 2 ทางคือ ซ้ายมือ และขวามือ เพื่อที่จะให้มีลักษณะสมมาตรและครอบคลุมเส้นแรงทั้งสองด้านจึงเลือกผิวปิดรูปทรงกระบอกพื้นที่หน้าตัด A ยาว 2r



รูป 1.18 ผิวปิดทรงกระบอกยาว 2r ปิด ล้อมแผ่นประจุขนาดอนันต์

$$\int_L Eds\,\cos 0 + \int_S Eds\,\cos 90 + \int_R Eds\,\cos 0 = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$EA + EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

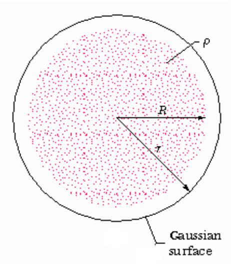
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad \text{นิวตัน/คูลอมบ์}$$

ขนาดของสนามไฟฟ้าขึ้นอยู่กับ σ ไม่ขึ้นอยู่กับ r

ตัวอย่าง 1.16 จงหาขนาดของสนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุขนาด q_0 กระจายเป็นรูปทรงกลมตันรัศมี R ความหนาแน่นประจุ/ปริมาตร เท่ากับ ρ ให้ r เป็นระยะใด ๆ วัดจากจุดศูนย์กลางไปยังจุดที่ต้องการหาสนามไฟฟ้า

ก. r > R ข. r < R

วิธีทำ ก. เมื่อ r > R สร้างผิวปิดเป็นทรงกลมรัศมี r ประจุสุทธิมีค่า = q_0



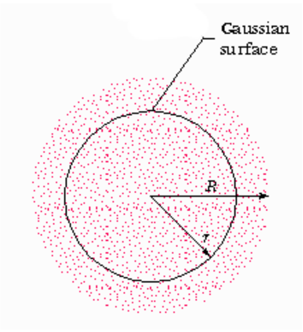
$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

รูป 1.19 สร้างผิวปิดปิดล้อมประจุ เมื่อ r > R

ประจุที่กระจายบนผิวทรงกลมจะประพฤติตัวเสมือนกับว่าประจุทั้งหมดรวมตัวกันอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลม

ข. เมื่อ $0 < r < R$ กรณีนี้ต้องสร้างผิวปิดทรงกลมรัศมี r เช่นกันแต่ประจุสุทธิภายในผิวปิดจะไม่เท่ากับ q_0 ดังนั้น $\rho = \dfrac{q_0}{\frac{4}{3}\pi R^3}$



รูป 1.20 สร้างผิวปิดรูปทรงกลมรัศมี r ในกรณี $0 < r < R$

ประจุภายในรัศมี r $= \rho \frac{4}{3}\pi r^3$

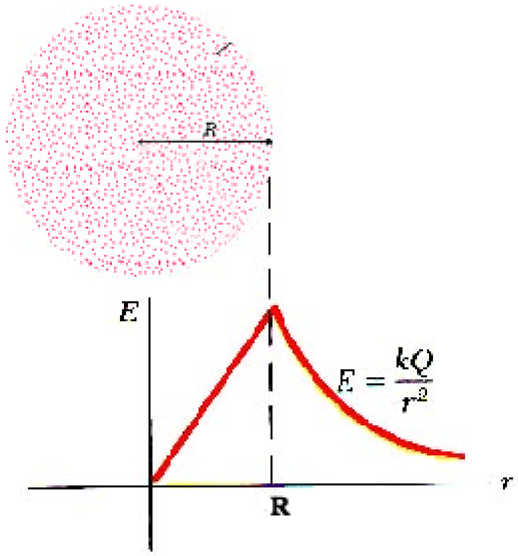
$= q_0 r^3 / R^3$

$$\oint \vec{E}.d\vec{s} = \frac{q_0 r^3}{\varepsilon_0 R^3}$$

$$E\, 4\pi r^2 = \frac{q_0 r^3}{\varepsilon_0 R^3}$$

$$E = \frac{q_0 r}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$

สนามไฟฟ้าภายในทรงกลมประจุจะแปรผันตรงกับ r ส่วนสนามภายนอกแปรผันกับ $1/r^2$



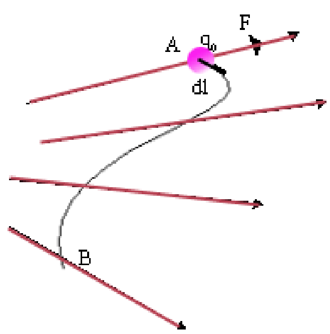
รูป 1.21 สนามไฟฟ้าเป็นฟังก์ชันกับ r

14 **ศักย์ไฟฟ้า** (Electric Potential)

1.4.1 **นิยามของศักย์ไฟฟ้า**

การนิยามศักย์ไฟฟ้าจะเริ่มต้นจาก "งาน" โดยให้ประจุขนาด q_0 วางอยู่ในสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ ขนาดและทิศทางไม่จำเป็นต้องคงที่ จะเกิดแรงทางไฟฟ้า $\vec{F}$ กระทำบนประจุ q_0 ขนาดของแรงคือ $\vec{F} = q_0E$ ผลของแรงทำให้ q_0 เคลื่อนที่ด้วยความเร่งในทิศทางของสนามไฟฟ้า

ถ้าต้องการให้ประจุ q_0 เคลื่อนที่ในทิศทางสวนกับสนามต้องใส่แรงภายนอกมีขนาดอย่างน้อยที่สุดเท่ากับ $-\vec{F} = -q_0\vec{E}$ จึงทำให้ q_0 พอดีเคลื่อนในสนามไฟฟ้าได้



รูป 1.22 เคลื่อนประจุ q_0 ฝ่าสนามไฟฟ้าจากจุด A ไปยังจุด B

ต้องการหางานที่ใช้ในการเคลื่อนที่ประจุจาก A ไปยัง B แบ่งเส้นทางการเคลื่อนที่ออกเป็นส่วนเล็ก ๆ ขนาด dl งานปริมาณเล็กที่เกิดขึ้นบนเส้นทางนี้ คือ dW จะได้

dW = แรงคูณกับการขจัดในแนวแรง

$= -F\cos\theta \, dl$

$= -q_0 \, E.dl$

งานทั้งหมดที่ใช้ในการเคลื่อนที่ประจุจาก A ไปยัง B คือ $W = -q_0\int_A^B \vec{E}.d\vec{l}$

นิยามความต่างศักย์ไฟฟ้าที่จุด B เทียบกับจุด A คืองานที่ทำในการเคลื่อนประจุบวก 1 หน่วยจาก A ไปยัง B

$$V = \frac{w}{q_0} = -\int_A^B \vec{E}.d\vec{l}$$ จูล/คูลอมบ์ หรือ โวลต์

....................(1.12)

เราเรียกจุด A ว่าจุดอ้างอิง ถ้าเลื่อน A ไปไว้ไกล ๆ ($A \longrightarrow \infty$)สมการจะกลายเป็น

$$V = -\int_\infty^B \vec{E}.d\vec{l} \qquad \text{....................(1.13)}$$

จึงนิยามความหมายของศักย์ไฟฟ้า คือ "งานที่ทำในการเคลื่อนประจุบวกขนาดหนึ่งหน่วยจากระยะอนันต์ถึงจุด B หรือคือความต่างศักย์ที่จุด B เทียบกับตำแหน่งที่มีศักย์ไฟฟ้าเป็นศูนย์" ในทางปฏิบัติจะถือว่าพื้นโลกมีศักย์ไฟฟ้าเป็นศูนย์

หน่วยของความต่างศักย์ไฟฟ้ามีหน่วยเป็น โวลต์ หรือ จูล ต่อ คูลอมบ์ ซึ่งเป็นหน่วยวัดพลังงานต่อประจุหนึ่งหน่วย หรืออาจกล่าวได้ว่า เมื่อเคลื่อนประจุ 1 คูลอมบ์ ผ่านบริเวณที่มีความต่างศักย์ไฟฟ้า 1 โวลต์ จะได้งานในการกระทำเช่นนี้ เท่ากับ 1 จูล

หน่วยวัดพลังงานในวิชาฟิสิกส์อะตอมหรือฟิสิกส์นิวเคลียร์ จะมีหน่วยวัดเป็น electron volt (eV) พลังงาน 1 eV หมายถึงพลังงานของอิเล็กตรอน (หรือ โปรตอน) 1 ตัวที่มีค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลงเมื่ออิเล็กตรอนนี้เคลื่อนที่ผ่านบริเวณที่มีความต่างศักย์ไฟฟ้า 1 โวลต์ เนื่องจากประจุ 1 ตัวมีค่า 1.60×10^{-19} คูลอมบ์ ความสัมพันธ์ระหว่าง อิเล็กตรอนโวลต์ และจูลจึงหาได้ดังนี้

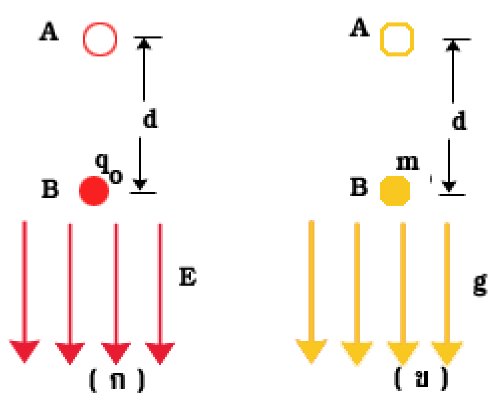
$$1 \text{ eV} = (1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(1 \text{ V}) = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$$

ลำอิเล็กตรอนในหลอดโทรทัศน์มีความเร็วประมาณ 5.0×10^{7} เมตร/วินาที อิเล็กตรอนมีพลังงานจลน์ 1.1×10^{-15} จูล หรือเท่ากับ 7.1×10^{3} eV อิเล็กตรอนเคลื่อนที่จากหยุดนิ่งจนมีความเร็วค่าดังกล่าวจะต้องผ่านบริเวณที่มีความต่างศักย์สูงถึง 7.1 kV

1.4.2 ความต่างศักย์ไฟฟ้าในสนามไฟฟ้าที่มีค่าสม่ำเสมอ

กล่าวถึงความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างจุดสองจุดในสนามไฟฟ้าที่มีค่าคงที่ ค่าความต่างศักย์ที่ได้จะไม่ขึ้นอยู่กับเส้นทางการเคลื่อนประจุระหว่างจุดสองจุด นั่นคืองานที่ได้จากการเคลื่อนประจุระหว่างจุด A ไปยังจุด B ในสนามไฟฟ้าที่มีค่าสม่ำเสมอจะมีค่าเท่ากันเสมอทุก ๆ เส้นทาง จึงเรียกสนามไฟฟ้าที่มีค่าสม่ำเสมอนี้ว่าเป็นสนามอนุรักษ์ (Conservative field)

เริ่มต้นด้วยการพิจารณาสนามไฟฟ้าที่มีทิศพุ่งในแนว –y ดังรูป 1.23 ก. จุด A และ จุด B อยู่ห่างกันเป็นระยะ d (โดยวัดในแนวเส้นตรงขนานกับทิศของ E)



รูป 1.23 เปรียบเทียบการเคลื่อนที่ของประจุในสนามไฟฟ้ากับมวลในสนามโน้มถ่วง

ความต่างศักย์ไฟฟ้าที่จุด B เทียบกับจุด A หาได้จาก

$$V_B - V_A = \Delta V = -\int_A^B \vec{E}.d\vec{l} = -\int_A^B E\cos 0.dl$$

$$= -\int_A^B E.dl$$

เพราะว่า E มีค่าคงที่ สามารถนำ E ออกจากเครื่องหมายอินทิเกรตได้

$$\Delta V = -E\int_A^B dl = -Ed \quad \text{โวลต์}$$

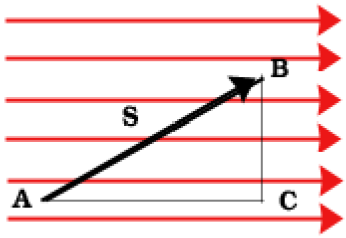
เครื่องหมายลบแสดงว่าจุด B อยู่ต่ำกว่า จุด A หรือ $V_B < V_A$ สนามไฟฟ้าจะมีทิศชี้ไปในแนวที่ค่าความต่างศักย์มีค่าน้อยลงเสมอ

ให้ประจุทดสอบที่ใช้ในการเคลื่อนที่จากจุด A ไปยังจุด B เป็นประจุบวกมีค่า q_0 พลังงานศักย์ทางไฟฟ้าที่เปลี่ยนไปคือ

$$\Delta W = q_0\Delta V = -q_0Ed \quad \text{โวลต์}$$

จากสมการนี้จะเห็นว่าเมื่อ q_0 เป็นประจุบวก พลังงานศักย์ที่เปลี่ยนไป (ΔW) จะมีค่าติดลบ นั่นคือสนามไฟฟ้าเป็นฝ่ายทำให้เกิดงานเมื่อเคลื่อนประจุบวกไปในทิศเดียวกันกับทิศของสนามไฟฟ้า (ซึ่งคล้ายกับงานซึ่งทำโดยสนามโน้มถ่วงของโลกเมื่อมวล m ตกอย่างอิสระ ในรูป 1.23 ข.)

ถ้า q_0 เป็นประจุลบ ค่า ΔW จะมีค่าเป็นบวก นั่นคือประจุลบที่เคลื่อนที่ในทิศเดียวกับทิศของสนามไฟฟ้าจะได้รับพลังงานศักย์เพิ่มขึ้น ถ้าประจุลบนี้เคลื่อนที่อย่างอิสระจากจุดหยุดนิ่ง ประจุจะมีความเร่งในทิศตรงข้ามกับทิศของสนามไฟฟ้า



รูป 1.24 ประจุบวกเคลื่อนที่จากจุด A ไปยังจุด B ทิศการเคลื่อนที่ไม่ขนานกับทิศของ E

เมื่อพิจารณากรณีที่ประจุเคลื่อนที่ระหว่างจุด 2 จุดดังรูปที่ 1.22 ให้ s เป็นระยะกระจัดระหว่างจุด A และ จุด B ความต่างศักย์ไฟฟ้าที่จุด B เทียบกับจุด A คือ

$$\Delta V = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\vec{E}\cdot\int_A^B d\vec{l} = -\vec{E}\cdot\vec{s} \quad \text{โวลต์}$$

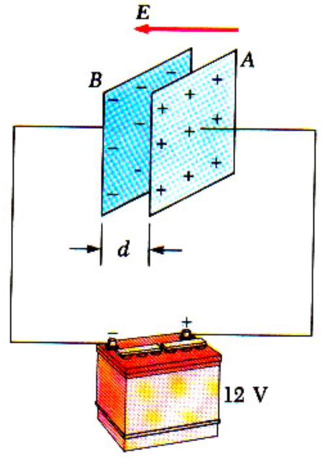
พลังงานศักย์ของประจุที่เปลี่ยนแปลงไปคือ

$$\Delta W = q_0\Delta V = -q_0\vec{E}\cdot\vec{s}$$

จะเห็นว่าทุก ๆ จุด ที่อยู่ในแนวเส้น BC จะมีค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าเทียบกับจุด A เท่ากันเสมอ หรือระนาบที่ตั้งฉากกับทิศของสนามไฟฟ้าที่มีค่าคงที่จะมีค่าศักย์ไฟฟ้าเท่ากันทุกจุดบนระนาบนี้ ระนาบที่มีค่าศักย์ไฟฟ้าเท่ากันทุกจุดจะเรียกพื้นที่ผิวนี้ว่าเป็น ผิวสมศักย์ (Equipotential surface)

ตัวอย่าง 1.17 แบตเตอรี่ขนาด 12 V ต่อกับแผ่นตัวนำที่วางขนานกัน ระยะห่าง 0.3 cm. ให้ถือว่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นที่ระหว่างแผ่นขนานมีความสม่ำเสมอ (โดยคิดว่าแผ่นขนานมีขนาดใหญ่มากเมื่อเทียบกับระยะห่างระหว่างแผ่น และไม่คิดถึงสนามตรงบริเวณขอบของแผ่นซึ่งมีค่าไม่ต่อเนื่อง)จงหาค่าสนามไฟฟ้าระหว่างแผ่นขนานนี้

วิธีทำ สนามไฟฟ้ามีทิศจากแผ่นบวกสู่แผ่นลบ ศักย์ไฟฟ้าที่แผ่นบวกจึงมีค่ามากกว่าที่แผ่นลบ ความต่างศักย์ที่เกิดขึ้นที่แผ่นขนานจะต้องเท่ากับความต่างศักย์ที่ตกคร่อมแบตเตอรี่ และทุก ๆ จุดบนแผ่นตัวนำจะมีค่าความต่างศักย์เท่ากันด้วย (ไม่คำนึงถึงความต่างศักย์ที่อาจตกคร่อมที่สายไฟ) จะได้สนามไฟฟ้าระหว่างแผ่นคือ



รูป 1.25 แบตเตอรี่เชื่อมต่อกับแผ่นขนานที่มีขนาดใหญ่เมื่อเทียบกับระยะห่าง

$$E = \frac{|V_B - V_B|}{d} = \frac{12V}{0.30\times 10^{-2}\,m}$$

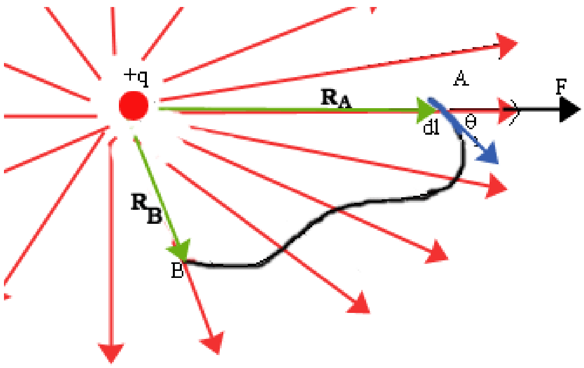
$$= 4.0\times 10^3 \text{ V/m}$$

การจัดวางแผ่นขนานในลักษณะนี้เรียกว่าตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนาน ซึ่งจะกล่าวต่อไปในบทเรื่องตัวเก็บประจุ

1.4.3 ความต่างศักย์ไฟฟ้าของจุดประจุ

การหาความต่างศักย์ไฟฟ้าที่จุด B เทียบกับจุด A ในสนามไฟฟ้า $\bar{E}$ ซึ่งเกิดจากการเคลื่อนที่ประจุขนาด q สวนกับทิศสนามไฟฟ้า หาได้จาก

$$V_{BA} = V_B - V_A = -\int_A^B E\cos\theta dl$$



รูป 1.26 ความต่างศักย์ที่จุด B เทียบกับ Aซึ่งเกิดจากสนามของจุดประจุ

ในที่นี้ $E = kq/r^2$ เมื่อแตก dl ไปในทิศทางของสนามคือ dl cosθ พบว่า dl cos θ = dr แทนค่าลงไปในสมการจะได้

$$V_B - V_A = -\int_{r_A}^{r_B} \frac{kq}{r^2} dr$$

$$= kq\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right) \quad \text{โวลต์}$$

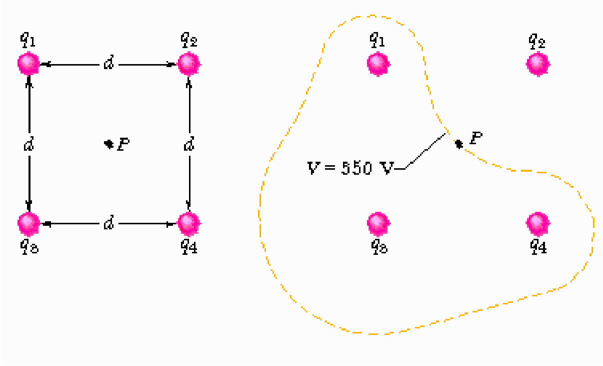
ถ้า r_A อยู่ห่างเป็นระยะ ∞ $V_A = 0$

ดังนั้น $$V_B = \frac{kq}{r_B} \quad \text{โวลต์}$$

เขียนอยู่ในรูปทั่วไป $$V = \frac{kq}{r} \quad \text{โวลต์} \quad ....(1.14)$$

ถ้าตำแหน่งที่ต้องการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้านั้นอยู่ในสนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุหลายตัว ให้คำนวณหาศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากประจุแต่ละตัวแล้วหาผลรวมของศักย์ไฟฟ้าแบบพีชคณิตโดยไม่ต้องคำนึงถึงทิศทาง

ตัวอย่าง 1.18 ประจุ q_1 , q_2 , q_3 และ q_4 วางอยู่ที่มุมทั้งสี่ของสี่เหลี่ยมจตุรัสมีด้านแต่ละด้านยาว d จงศักย์ไฟฟ้าที่จุด P ซึ่งเป็นจุดกึ่งกลางของสี่เหลี่ยมจตุรัสนี้ ให้ q_1 = +12 nC, q_2 = -24 nC , q_3 = +31 nC และ q_4 = +17 nC d = 1.3 m



รูป 1.27 ประจุอยู่ที่มุมสี่เหลี่ยมจตุรัส

วิธีทำ

เพราะว่าประจุทุกตัวอยู่ห่างจากจุด P เป็นระยะเท่ากันคือ $r = \dfrac{\sqrt{2}d}{2} = 0.919\text{ m}$

ศักย์ไฟฟ้ารวมที่จุด P คือ

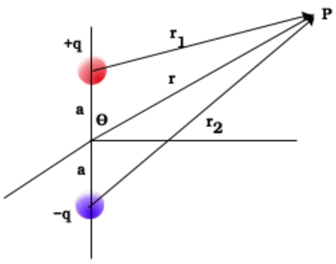
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 + q_2 + q_3 + q_3}{r}$$

$$= \frac{(9\times10^9\text{N.m}^2/\text{C}^2)((12-24+31+17)\times10^{-9}\text{C})}{0.919}$$

$$= 350\text{ V}$$

เส้นประที่แสดงไว้ในรูปทางขวามือนั้น แสดงให้เห็นระนาบของผิวสมศักย์ ทุก ๆ จุดบนระนาบนี้จะมีค่าศักย์ไฟฟ้าเท่ากับจุด P

ตัวอย่าง 1.19 จงหาศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากขั้วคู่ไฟฟ้าวางห่างกันเป็นระยะ 2a ที่ระยะ r ใด ๆ ดังภาพ ให้ r >> 2a



รูป 1.28 ศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจาก ขั้วคู่ไฟฟ้า

วิธีทำ ให้ V_+ เป็นศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากประจุ +q

$$V_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_1}$$

ให้ V_- เป็นศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากประจุ -q

$$V_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-q}{r_2}$$

ศักย์ไฟฟ้ารวมที่จุด P เท่ากับ $V = V_+ + V_-$

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

แต่ r >> a

$$r_1 = (r^2 + a^2 - 2ra\cos\theta)^{1/2}$$

$$\frac{1}{r_1} = (r^2 + a^2 - 2ra\cos\theta)^{-1/2}$$

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{r}\left(1 + \frac{a}{r}\cos\theta + \ldots\right)$$

ในทำนองเดียวกัน

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{r}\left(1 + \frac{a}{r}\cos\theta + \ldots\right)$$

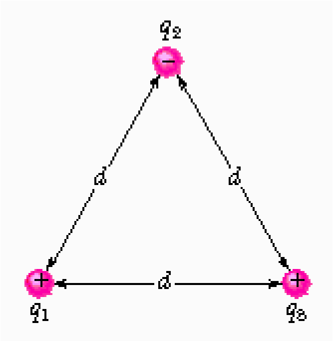
แทนค่า r_1 และ r_2 จะได้

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} + \frac{a}{r^2}\cos\theta - \frac{1}{r} + \frac{a}{r^2}\cos\theta\right)$$

$$V = \frac{2aq\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad \text{....................(1.15)}$$

ศักย์ไฟฟ้าของขั้วคู่ไฟฟ้าจะแปรผกผันกับ r^2 ศักย์ไฟฟ้าของจุดประจุจะแปรผกผันกับ r ศักย์ไฟฟ้าของขั้วคู่ไฟฟ้ายังขึ้นอยู่กับมุม θ ด้วย ศักย์ไฟฟ้ามีค่ามากที่สุดเมื่อจุด P อยู่ในแนวแกนของขั้วคู่ไฟฟ้า จะมีค่าน้อยที่สุดเมื่อจุด P อยู่ในแนวเส้นที่ตั้งได้ฉากกับแกนของขั้วคู่ไฟฟ้าที่จุดแบ่งครึ่ง

ตัวอย่าง 1.20 ประจุอยู่ที่มุมของสามเหลี่ยมด้านเท่ามีความยาวด้านละ d กำหนดให้ q_1 = +q q_2 = -4q, q_3 = +2q d = 12 cm โดยที่ q = 150 nC จงหาพลังงานศักย์ทางไฟฟ้าของระบบประจุนี้



รูป 1.29 จุดประจุวางอยู่ที่มุมของสามเหลี่ยมด้านเท่า

วิธีทำ การหาพลังงานศักย์ของระบบเริ่มต้นด้วย การคิดว่าให้ประจุ q_1 วางอยู่ที่ตำแหน่งมุมซ้ายของสามเหลี่ยม ประจุ q_2 ถูกเคลื่อนที่จากตำแหน่งอนันต์ มาวางที่ตำแหน่งมุมบนของสามเหลี่ยม พลังงานที่ใช้ในการเคลื่อนประจุ q_2 มาวางไว้ตำแหน่งนี้คือ

$$U_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{d}$$

จากนั้นนำประจุ q_3 เคลื่อนที่จากระยะอนันต์มาวางไว้ที่ตำแหน่ง มุมล่างซ้ายของสามเหลี่ยม โดยฝ่าสนามไฟฟ้าที่เกิดจาก q_1 และ q_2 ศักย์ไฟฟ้า ที่เกิดจาก q_1 ณที่ ตำแหน่ง q_3 อยู่ คือ V_1 ศักย์ไฟฟ้า ที่เกิดจาก q_2 ณที่ ตำแหน่ง q_3 อยู่ คือ V_2 พลังงานศักย์ทางไฟฟ้าที่เกิดขึ้นบน q_3 คือ

$$U_{13} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_3}{d} \qquad \text{และ}$$

$$U_{23} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2q_3}{d}$$

พลังงานศักย์ทั้งหมดของระบบ (U) คือผลรวมของพลังงานศักย์ที่เกิดขึ้นที่ประจุแต่ละตัว (ไม่ว่าเราจะลำดับการวางประจุอย่างไร ผลรวมนี้จะเท่ากันเสมอ)

$$U = U_{12} + U_{13} + U_{23}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1q_2}{d} + \frac{q_1q_3}{d} + \frac{q_2q_3}{d}\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q(-4q)}{d} + \frac{q(2q)}{d} + \frac{(2q)(-4q)}{d}\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{10q^2}{d}$$

แทนค่า q , d จะได้

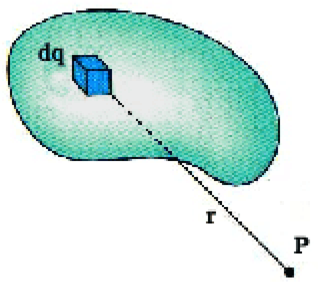
$$U = -1.7 \times 10^{-2} \text{ จูล}$$

พลังงานศักย์มีค่าติดลบหมายถึงเราต้องให้งาน หรือใช้แรงภายนอกในการเคลื่อนประจุจากหยุดนิ่งจากระยะอนันต์มาวางไว้ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ของสามเหลี่ยม หรือถ้าจะให้ประจุกระจัดกระจายจากรูปสามเหลี่ยมนี้ ระบบจะต้องคายพลังงานออกมาเท่ากับ $+1.7 \times 10^{-2}$ จูล

1.4.3 **ศักย์ไฟฟ้าของกลุ่มประจุต่อเนื่อง**

ถ้าการกระจายของประจุมีลักษณะต่อเนื่องไม่สามารถจำแนกเป็นจุดประจุได้ การหาศักย์ไฟฟ้าในกรณีนี้ทำได้โดยแบ่งประจุออกเป็นส่วนย่อย ๆ ศักย์ไฟฟ้าย่อย ๆ (dV) อันเกิดจากประจุขนาดเล็ก ๆ (dq) มีค่าเป็น

$$dV = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

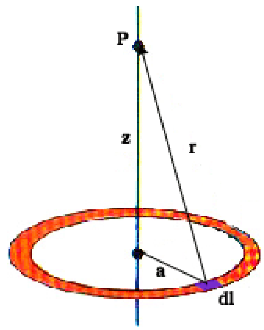


รูป 1.30 ประจุอยู่กันอย่างต่อเนื่อง

ต้องการหาศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากประจุทั้งก้อนทำได้โดยอินทิเกรต dV ทุก ๆ ค่าของ q

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\text{all } q}\frac{dq}{r} \qquad \text{....................(1.16)}$$

ตัวอย่าง 1.21 ประจุกระจายเป็นรูปวงแหวนรัศมี a มีความหนาแน่นประจุเท่ากับ λ คูลอมบ์ต่อเมตร วางอยู่



ในระนาบ xy มีจุดศูนย์กลางของวงแหวนอยู่ที่จุดกำเนิด จงหาศักย์ไฟฟ้าที่จุดใด ๆ บนแกน z

รูป 1.31 การหาศักย์ไฟฟ้าจากประจุรูปวงแหวน

วิธีทำ ให้ P เป็นจุดที่ต้องการหาศักย์อยู่ในแนวแกน z

ประจุบนวงแหวนอยู่ห่างจากจุด P เป็นระยะเท่า ๆ กันคือ $\sqrt{z^2+a^2}$

จาก $$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\text{all q}}\frac{dq}{r}$$

ในที่นี้ $dq = \lambda dl$, $r = \sqrt{z^2+a^2}$

ดังนั้น $$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\lambda dl}{\sqrt{z^2+a^2}}$$

เพราะ dl คือเส้นรอบวงกลมที่มีรัศมี a นั่นเอง

จะได้ $$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\lambda\pi a}{\sqrt{z^2+a^2}}$$

กำหนดให้ $2\lambda\pi a = q$ สมการจะกลายเป็น

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\sqrt{z^2+a^2}} \qquad \text{...................(1.17)}$$

ถ้าจุด P อยู่ห่างจากวงแหวนมีค่ามาก ๆ (z >> a) สมการข้างบนสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{z\sqrt{1+\frac{a^2}{z^2}}}$$

เพราะว่า a^2/z^2 มีค่าน้อยมาก จนถือว่ามีค่าเป็นศูนย์ได้

$$\underline{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{z}}$$

1.4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้ากับศักย์ไฟฟ้า

จากนิยามของศักย์ไฟฟ้าทำให้ได้สมการ $V = -\int \vec{E}.d\vec{r}$ จัดรูปใหม่ให้อยู่ในรูปสมการดิฟเฟอเรนเชียล จะได้

$$dV = -\vec{E}.d\vec{r} = -E_x dx - E_y dy - E_z dz$$

เพราะว่า V เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กับการขจัด ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงทั้งหมดของ V คือ

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz$$

เมื่อเทียบสัมประสิทธิ์ จะได้

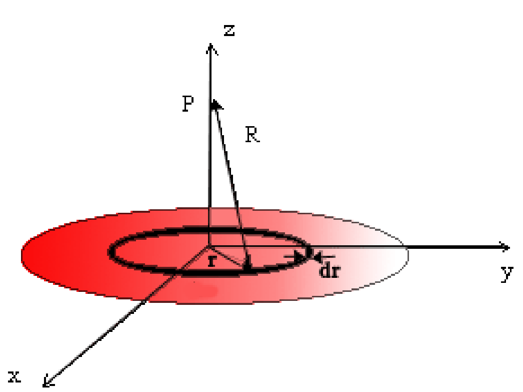
$$\left.\begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial V}{\partial x} \\ E_y &= -\frac{\partial V}{\partial y} \\ E_z &= -\frac{\partial V}{\partial z} \end{aligned}\right\} \qquad \text{..................(1.18)}$$

หรือเขียนสั้น ๆว่า $E = -\vec{\nabla}V$

ในการคำนวณหาสนามไฟฟ้าจึงทำได้โดยหาศักย์ไฟฟ้าที่จุดนั้น การเปลี่ยนแปลงศักย์ไฟฟ้าในแนวแกนแต่ละแกนจะเป็นสนามไฟฟ้าย่อยในแนวแกนนั้น สนามไฟฟ้ามีหน่วยอีกแบบหนึ่ง คือ โวลต์/เมตร

ตัวอย่าง 1.22 จงหาสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ บนแกน z ซึ่งเกิดจากประจุความหนาแน่น σ คูลอมบ์ต่อตารางเมตร กระจายเป็นรูปจานกลมรัศมี a วางอยู่ในระนาบ xy

วิธีทำ ให้ P เป็นตำแหน่งที่ต้องการหาสนามไฟฟ้า ก่อนอื่นต้องหาศักย์ไฟฟ้าเสียก่อน โดยแบ่งจานกลมออกเป็นวงแหวนเล็ก ๆ จานกลมเป็นเสมือนว่าเกิดจากวงแหวนเล็ก ๆ เรียงซ้อนกันพิจารณาวงแหวนอันหนึ่ง (อันที่แรเงาสีดำ) อยู่ห่างจุดศูนย์กลางเป็นระยะ r วงแหวนมีความกว้าง = dr



รูป 1.32 ประจุรูปจานกลมรัศมี a

ให้ dq เป็นขนาดประจุบนวงแหวนนี้มีค่า = $2\pi r dr \sigma$

ประจุ dq ทำให้เกิดศักย์ไฟฟ้าขนาด dV ที่จุด P โดยที่

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{R} \quad \text{โวลต์}$$

ในที่นี้ $R = (r^2 + z^2)^{1/2}$ แทนค่า dq และ dr จะได้

$$dV = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{r dr}{\sqrt{r^2+z^2}} \quad \text{โวลต์}$$

ศักย์ไฟฟ้าที่จุด P เกิดจากวงแหวนเล็ก ๆ หลายวงเรียงซ้อนกันตั้งแต่ r = 0 ถึง r = a ดังนั้น

$$V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_{r=0}^{r=a}\frac{r dr}{\sqrt{r^2+z^2}}$$

$$V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(\sqrt{a^2+z^2} - z) \quad \text{โวลต์}$$

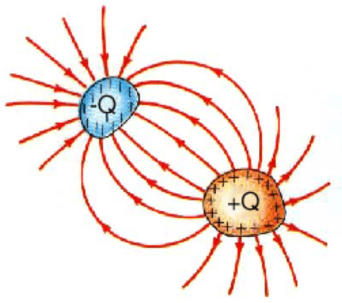
ต้องการหาสนามไฟฟ้าที่จุด P คือ $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$

จะได้ $$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+a^2}}\right)\hat{k} \quad \text{โวลต์/เมตร}$$

1.5 ความจุไฟฟ้าและสารไดอิเล็กตริก

1.5.1 นิยามของความจุไฟฟ้า

เมื่อนำตัวนำไฟฟ้ารูปทรงใด ๆ 2 ชิ้นวางอยู่ในสูญญากาศ หรือตัวกลางที่เป็นฉนวน ใส่ประจุลงบนตัวนำทั้งสอง โดยให้ตัวนำชิ้นหนึ่งเป็นประจุบวก อีกชิ้นหนึ่งเป็นประจุลบ ขนาดประจุเท่ากัน ประจุสุทธิบนตัวนำทั้งสองมีค่าเป็นศูนย์ เราเรียกตัวนำทั้งสองนี้ว่าเป็น ตัวเก็บประจุ (Capacitor) สนามไฟฟ้าและความศักย์ไฟฟ้าระหว่างตัวนำทั้งสองจะขึ้นอยู่กับขนาดประจุที่สะสมอยู่บนตัวนำ ถ้าใส่ประจุบนตัวนำเพิ่มขึ้น ขนาดของความต่างศักย์ไฟฟ้าของตัวนำทั้งสองจะสูงขึ้นตามไปด้วย นั่นคือ



รูป 1.33 ตัวนำในสนามไฟฟ้า

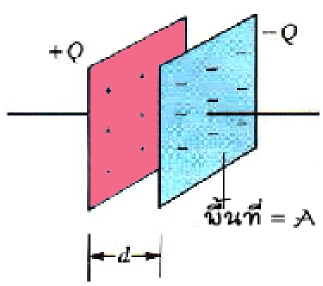
$$Q \propto V$$

$$Q = CV \qquad \text{.......................(1.19)}$$

เมื่อ C คือความจุไฟฟ้าของตัวนำเป็นอัตราส่วนระหว่างประจุไฟฟ้าที่สะสมกับศักย์ไฟฟ้าของตัวนำนั้น เป็นค่าคงที่ขึ้นอยู่กับรูปทรงเรขาคณิตของตัวนำและชนิดของตัวกลางที่ตัวนำวางอยู่ ไม่ว่าจะใส่ประจุเพิ่มสักเท่าใด ค่า C ของตัวนำนั้นก็จะไม่เปลี่ยนแปลง หน่วยของความจุไฟฟ้า คือ คูลอมบ์/โวลต์ เรียกว่า ฟารัด (Farad)

$$1\ \text{F} = \frac{1\ \text{C}}{1\ \text{V}}$$

ในทางปฏิบัติตัวเก็บประจุประกอบด้วยตัวนำแบบแผ่น 2 ชิ้น วางไว้ห่าง ๆ กัน ตรงช่องว่างระหว่างตัวนำอาจเป็นสูญญากาศหรือสารไดอิเล็กตริก ตัวนำแต่ละชิ้นเรียกว่าอิเล็กโตรด (electrode)



รูป 1.34 ตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนาน

ให้ Q เป็นขนาดของประจุบนแต่ละแผ่น V เป็นความต่างศักย์ระหว่างแผ่น a กับ b

จะได้ $Q = CV$

$$C = Q/V$$

ในวงจรไฟฟ้า จะใช้สัญลักษณ์ ┤├ แทนตัวเก็บประจุที่มีค่าคงที่ และ ⫽ สำหรับตัวเก็บประจุที่สามารถปรับค่าได้ เราใช้ตัวเก็บประจุในวงจรกรองกระแส เพื่อให้กระแสตรงที่ไม่สม่ำเสมอ เป็นกระแสตรงที่เรียบ ใช้ในวงจรส่งสัญญาณวิทยุ ร่วมกับคอล์ย ใช้เปลี่ยนคลื่นวิทยุให้มีความถี่ตามที่ต้องการ ใช้สร้างสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นระหว่างแผ่นขนาน ใช้ในการศึกษาการเบี่ยงเบนของอิเล็กตรอน

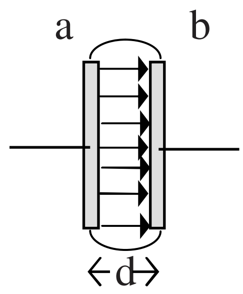
1.5.2 **ความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุรูปทรงต่าง ๆ**

ขั้นตอนในการคำนวณหาค่าความจุไฟฟ้ามีได้ดังนี้

1. หาสนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุมาสะสมกันที่ตัวนำ
2. คำนวณหาศักย์ไฟฟ้าระหว่างแผ่นตัวนำทั้งสองโดยใช้สูตร $V_{ab} = -\int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{l}$
3. คำนวณหาค่า C จาก สูตร C = Q / V

ตัวอย่าง 1.23 จงหาค่าความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนาน แต่ละแผ่นมีขนาด A มีประจุ Q วางห่างกันเป็นระยะ d

วิธีทำ คิดว่าสนามไฟฟ้าที่เกิดจากแผ่นประจุมีค่าสม่ำเสมอ โดยไม่คิดสนามตรงบริเวณขอบของแผ่น สนามไฟฟ้าตรงบริเวณขอบจะมีค่าไม่สม่ำเสมอ (fringing effect)



รูป 1.35 แผ่นขนานแต่ละแผ่นมีขนาด A วางห่างกันเป็นระยะ d

จากกฎของเกาส์ จะได้สนามจากแผ่นประจุมีค่าเป็น $|E| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{A\varepsilon_0}$

ความต่างศักย์ระหว่างแผ่น a และ b

$$V = -\int E.dl = -\int Edl \cos 180$$

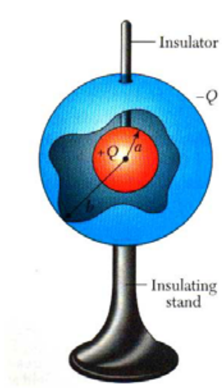
$$= \int Edl = Ed$$

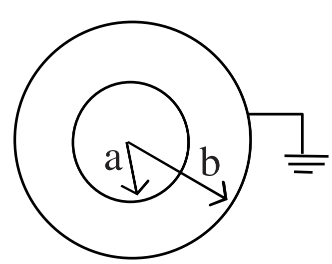
$$C = Q/V = Q/Ed$$

$$= \frac{\varepsilon_0 A}{d} \quad \text{ฟารัด} \qquad .....(1.20)$$

ตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนานจะมีค่าความจุมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับความกว้างยาวของแผ่น และจะมีค่าผกผันกับระยะห่างระหว่างแผ่น

ตัวอย่าง 1.24 จงหาความจุไฟฟ้าของทรงกลมตัวนำ 2 ลูกซ้อนกัน มีจุดศูนย์กลางร่วมกัน รัศมี a,bตามลำดับ (b > a)





รูป 1.36 ตัวเก็บประจุแบบทรงกลม

วิธีทำ สนามไฟฟ้าของตัวนำทรงกลม $= \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$$V_{ba} = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_a^b E\,dl\cos 180$$

เพราะ dl = -dr

$$V_{ba} = \int_a^b E\,dl = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\Bigg]_b^a$$

$$V_{ba} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

ดังนั้นความจุไฟฟ้า $C = Q/V = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 ab}{(b-a)}$ ฟารัด ....(1.21)

ถ้าทรงกลม a วางอยู่อย่างโดดเดี่ยว หรือทรงกลม b มีรัศมีที่มีความยาวอนันต์ จะได้ความจุไฟฟ้าของทรงกลมรัศมี a คือ $C = \lim\limits_{b\to\infty}\dfrac{4\pi\varepsilon_0}{\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)} = 4\pi\varepsilon_0 a$

โลกมีรัศมี 6.36×10^6 เมตร แทนค่าในสูตรข้างบน จะได้ว่าโลกมีความจุไฟฟ้าเพียง 700 ไมโครฟารัด แสดงว่าฟารัดเป็นหน่วยที่ใหญ่มาก

ทรงกลมตัวนำรัศมี a ความจุไฟฟ้าของทรงกลมคือ $4\pi\varepsilon_0 a$ เราสามารถใส่ประจุลงบนทรงกลมได้ไม่มีขีดจำกัดได้หรือไม่ คำตอบขึ้นอยู่กับว่าทรงกลมนั้นวางอยู่ในตัวกลางอะไร ถ้าเป็นอากาศ อากาศจะแตกตัวกลายเป็นอิออนกลายเป็นตัวนำไฟฟ้าเมื่อสนามไฟฟ้ามีความเข้ม 3×10^6 นิวตัน/คูลอมบ์ เมื่อใส่ประจุบนทรงกลมจนทำให้ศักย์ไฟฟ้าบนทรงกลมสูงขึ้น และค่าสนามไฟฟ้ามีค่าเกินขีดจำกัดดังกล่าว ประจุบนทรงกลมจะถูกถ่ายเทสู่อากาศ ประจุไฟฟ้าสูงสุดบนตัวนำทรงกลมหนึ่ง ๆ จึงขึ้นอยู่กับค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดของตัวกลางที่ประจุวางอยู่

ถ้าทรงกลมรัศมี 1 เซนติเมตร เราสามารถให้ประจุทำให้เกิดความต่างศักย์ไฟฟ้าสูงสุดได้กี่โวลต์

$$V_{max} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} = aE_{max}$$

ในที่นี้ a = 1 เซนติเมตร $E_{max} = 3 \times 10^6$ นิวตัน/คูลอมบ์ V_{max} = 30,000 โวลต์

ถ้าทรงกลมรัศมี 2 เมตร V_{max} = 6 เมกกะโวลต์

ตัวอย่าง 1.25 ตัวเก็บประจุรูปทรงกระบอกมีรัศมีภายในของทรงกระบอกภายใน เป็น a และมีประจุ +Q และทรงกระบอกที่ล้อมรอบภายนอกมีรัศมี b มีประจุ −Q จงหาค่าความจุของตัวเก็บประจุนี้ถ้าทรงกระบอกยาว L

รูป 1.37 ตัวเก็บประจุรูปทรงกระบอก รัศมีภายในและภายนอก = a และ b ยาว L

วิธีทำ ให้ความยาวของทรงกระบอก L มีค่ามาก ๆ เมื่อเทียบกับ รัศมีของทรงกระบอก ในกรณีเช่นนี้เราสามารถตัดค่าความไม่คงที่ของสนามไฟฟ้าตรงบริเวณปลายของทรงกระบอกได้ โดยคิดว่าเส้นแรงไฟฟ้ามีทิศพุ่งตั้งได้ฉากกับแกนของทรงกระบอกเสมอ ความต่างศักย์ที่ผิวของทรงกระบอกหาได้จาก

$$V_B - V_A = -\int_a^b \vec{E}.d\vec{r}$$

เมื่อ E คือสนามไฟฟ้าระหว่างผิวทรงกระบอก (บริเวณ $a < r < b$) จากตัวอย่าง 1.14 แสดงให้เห็นว่าสนามไฟฟ้าที่เกิดจากแท่งประจุยาวมาก ๆ มีความหนาแน่นประจุเชิงเส้น λ คือ $E = 2k\lambda / r$ แทนค่า E ลงในสมการข้างบน จะได้

$$V_B - V_A = -2k\lambda\int_a^b \frac{d\vec{r}}{r} = -2k\lambda \ln(\frac{b}{a})$$

ความจุไฟฟ้า $C = Q / V$

$$= \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(\frac{b}{a})}$$ ฟารัด

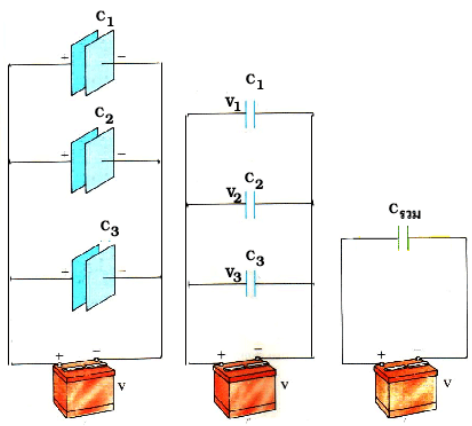
ตัวอย่างที่สามารถเป็นตัวเก็บประจุแบบทรงกระบอกได้ ได้แก่สายเคเบิลแบบ Coaxial ซึ่งประกอบด้วยตัวนำที่เป็นแกนกลาง และส่วนที่ห่อหุ้มรอบนอก ระหว่างตัวนำถูกกั้นด้วยฉนวน ทิศของกระแสที่ไหลในตัวนำจะมีทิศตรงข้ามกัน ส่วนที่ห่อหุ้มรอบนอกจะเป็นตัวป้องกันสัญญาณรบกวนจากภายนอกไม่ให้ไปมีผลกระทบต่อสัญญาณที่อยู่ในตัวนำที่เป็นแกนกลาง ความจุไฟฟ้าของสายเคเบิลนี้ต่อความยาวคือ

$$\frac{C}{L} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln(\frac{b}{a})}$$

1.5.3 การต่อตัวเก็บประจุ

ถ้าต้องการค่าความจุไฟฟ้าเฉพาะค่าใดค่าหนึ่ง ซึ่งตัวเก็บประจุไฟฟ้าค่านั้นไม่มีขายในท้องตลาด ต้องนำตัวเก็บประจุตั้งแต่สองตัวขึ้นไปมาต่อเข้าด้วยกัน เพื่อให้ได้ค่าความจุไฟฟ้าที่ต้องการ ลักษณะการต่อตัวเก็บประจุมีอยู่ 2 แบบ

1. **การต่อแบบขนาน** การต่อแบบนี้ทำให้ความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ขั้วของตัวเก็บประจุแต่ละตัวมีค่าเท่ากัน คือ ต่างเท่ากับ V



รูป 1.38 การต่อ C แบบขนาน

ให้ q_1 เป็นประจุบนตัวเก็บประจุ C_1 $\qquad q_1 = C_1V$

ให้ q_2 เป็นประจุบนตัวเก็บประจุ C_2 $\qquad q_2 = C_2V$

ให้ q_3 เป็นประจุบนตัวเก็บประจุ C_3 $\qquad q_3 = C_3V$

ให้ Q เป็นประจุทั้งหมดบนตัวเก็บประจุทั้งสามตัว

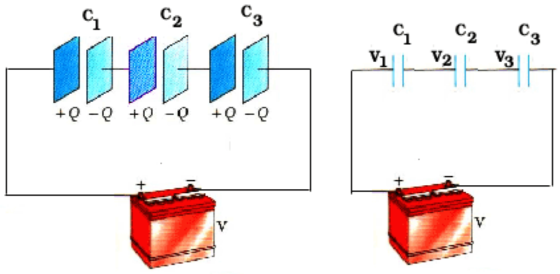
$$Q = q_1 + q_2 + q_3$$

$$Q = C_{รวม} V$$

$$= V(C_1 + C_2 + C_3)$$

จะได้ $$C_{รวม} = C_1 + C_2 + C_3 \qquad \text{....................(1.22)}$$

2. **การต่อแบบอนุกรม** การต่อแบบนี้จะมีผลให้ประจุบนตัวเก็บประจุแต่ละตัวมีค่าเท่ากัน



รูป 1.39 การต่อตัวเก็บประจุแบบขนาน

$$Q = q_1 = q_2 = q_3$$

$$q_1 = C_1V_1$$

$$q_2 = C_2V_2$$

$$q_3 = C_3V_3$$

V_1 , V_2 และ V_3 เป็นศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุแต่ละตัว

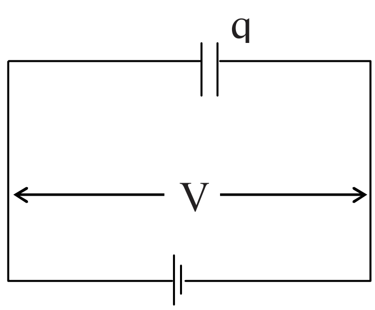
$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$\frac{Q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3}$$

จะได้ความจุไฟฟ้ารวม $$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \qquad ....(1.23)$$

1.5.4 **พลังงานศักย์ไฟฟ้าที่สะสมในตัวเก็บประจุ**

เมื่อต่อตัวเก็บประจุเข้ากับเซลล์ไฟฟ้าพลังงานเคมีในเซลล์ไฟฟ้าทำให้ประจุไปสะสมที่แผ่นของตัวเก็บประจุ ลักษณะเช่นนี้เราเรียกว่าเป็นการให้ประจุไฟฟ้า (charge) แก่ตัวเก็บประจุ พลังงานเคมีที่เปลี่ยนไปจะกลายเป็นพลังงานศักย์ทางไฟฟ้าสะสมไว้บนประจุที่ตัวเก็บประจุพลังงานนี้จะถูกปล่อยออกมาขณะที่ตัวเก็บประจุคายประจุ (discharge)



รูป 1.40 การหาพลังงานศักย์ที่สะสมบนตัวเก็บประจุ

ต้องการหาว่าพลังงานศักย์ที่สะสมไว้ที่ตัวเก็บประจุ เมื่อเวลา t = 0 ตัวเก็บประจุมีประจุเป็นศูนย์ เมื่อต่อกับเซลล์ไฟฟ้าประจุจากภายในเซลล์จะถูกเคลื่อนย้ายมีค่าเป็น dq ขนาดของประจุบนแผ่นตัวเก็บประจุจะแปรค่าตามเวลา ประจุจะหยุดถ่ายเทเมื่อศักย์ไฟฟ้าที่ขั้วของตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับแรงเคลื่อนไฟฟ้าของขั้วเซลล์ไฟฟ้า จำนวนประจุที่ประจุได้เต็มที่เป็น q_0

งานย่อย ๆ ที่ใช้ในการเคลื่อนย้ายประจุ (dw) $= Vdq$

$= qdq/C$

หางานทั้งหมด (W) ที่ใช้ในการเคลื่อนย้ายประจุจากเริ่มตั้งแต่ 0 จนถึง q_0

$$W = \int dw = \int_0^{q_0} \frac{qdq}{C} = q_0^2/2C$$

$$= CV^2/2 \quad \text{จูล}$$

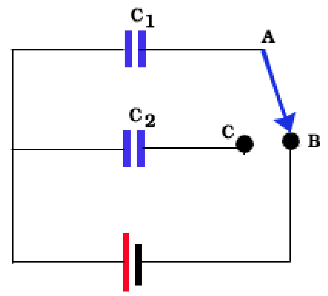
ตัวอย่าง 1.26 จากรูป 1.38 C_1 ถูกชาร์จด้วยแหล่งจ่ายไฟขนาด 120 โวลต์ ให้ C_1 = 8 ไมโครฟารัด C_2 = 4 ไมโครฟารัด เมื่อสวิตช์ต่อกับตำแหน่ง AB. จงหา

ก. ประจุที่สะสมอยู่บน C_1

ข. พลังงานที่สะสมอยู่ใน C_1

ค. จากนั้นเปลี่ยนตำแหน่งสวิตช์มายังตำแหน่ง AC จงหาประจุบน C_1 และC_2

ง. พลังงานสุดท้ายที่อยู่บน C_1 และ C_2



รูป 1.41 คำนวณพลังงานศักย์ที่สะสมบนตัวเก็บประจุ

วิธีทำ เมื่อสวิตช์อยู่ที่ตำแหน่ง AB

$Q_0 = C_1V_0 \quad = 8 \times 10^{-6} \times 120$

$= 960$ ไมโครคูลอมบ์

พลังงานที่สะสมบน C_1 $= Q_0V_0/2 \quad = 0.0576$ จูล

เมื่อเปลี่ยนตำแหน่งสวิตช์มาที่ AC ประจุ Q_0 บน C_1 จะถูกถ่ายเทมายังตัวเก็บประจุ C_2 ประจุจะหยุดถ่ายเทเมื่อความต่างศักย์ที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุทั้งสองมีค่าเท่ากัน

ให้ Q_1 เป็นประจุ บน C_1 $\quad Q_1 = C_1 V$

ให้ Q_2 เป็นประจุ บน C_2 $\quad Q_2 = C_2V$

โดยที่ $Q_1 + Q_2 = Q_0$

ให้ V เป็นความต่างศักย์ที่ขั้วตัวเก็บประจุ เมื่อประจุหยุดการถ่ายเท

จะได้ $$V = \frac{(Q_1 + Q_2)}{(C_1 + C_2)} = \frac{Q_0}{(C_1 + C_2)}$$

$= 960$ ไมโครคูลอมบ์ / 12 ไมโครฟารัด

$= 80$ โวลต์

$Q_1 = 640$ ไมโครคูลอมบ์

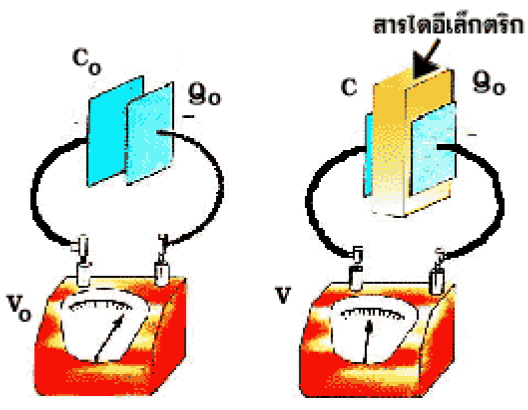
$Q_2 = 320$ ไมโครคูลอมบ์

พลังงานศักย์ที่สะสมอยู่ที่บน C_1 และ C_2 $= \dfrac{Q_0V}{2} = 0.0384$ จูล

จะเห็นว่าพลังงานที่ได้ในตอนหลังนี้มีค่าน้อยกว่าตอนแรก พลังงานส่วนที่หายไปเปลี่ยนรูปไปเป็นพลังงานอื่น ถ้าความต้านทานในวงจรมีค่ามาก พลังงานส่วนที่หายไปจะอยู่ในรูปพลังงานความร้อน ถ้าความต้านทานในวงจรมีค่าน้อย พลังงานจะเปลี่ยนเป็นรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ขบวนการในตัวอย่างนี้เหมือนกับการชนกันแบบไม่ยืดหยุ่นในวิชากลศาสตร์ อนุภาคที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วชนกับอนุภาคที่อยู่นิ่ง โมเมนตัมของระบบ $p = mv$ มีค่าคงที่ ในทางไฟฟ้า$Q = CV$ มีค่าคงที่ ขณะที่พลังงานทางไฟฟ้า $\frac{CV^2}{2}$ มีการเปลี่ยนแปลงค่า ขณะที่พลังงานจลน์ของอนุภาค $\frac{mv^2}{2}$มีการแปรค่าเช่นกัน

1.5.5 **ตัวเก็บประจุเมื่อมีสารไดอิเล็กตริก**

ค.ศ. 1837 ไมเคิล ฟาราเดย์ได้ทำการทดลองใส่สารไดอิเล็กตริกเข้าไปในระหว่างแผ่นขนานทั้งสอง พบว่าความต่างศักย์ระหว่างแผ่นมีค่าลดลง สนามไฟฟ้าระหว่างแผ่นจะมีค่าลดลงตามไปด้วย แต่ประจุที่แผ่นไม่มีการรั่วไหล ประจุที่แผ่นก่อนใส่สารไดอิเล็กตริกและเมื่อใส่แล้วจึงมีค่าเท่ากัน



รูป 1.42 เมื่อมีสารไดอิเล็กตริกที่แผ่นขนานของตัวเก็บประจุ

ให้ V_0 เป็นความต่างศักย์ระหว่างแผ่น เมื่อเป็นสูญญากาศ

ให้ V เป็นความต่างศักย์ระหว่างแผ่นเมื่อมีสารไดอิเล็กตริก

ให้ C_0 เป็นความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุแบบสูญญากาศ

ให้ C เป็นความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุเมื่อมีสารไดอิเล็กตริก

เพราะว่า V น้อยกว่า V_0 ค่า C จึงมีค่ามากกว่า C_0 ด้วย นั่นคือ ตัวเก็บประจุที่มีสารไดอิเล็กตริกอยู่ระหว่างแผ่นจะมีความจุมากกว่าตัวเก็บประจุที่เป็นสูญญากาศ

ให้ k เป็นค่าคงที่ไดอิเล็กตริก (dielectric constant)

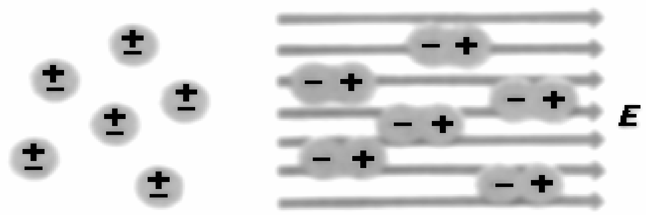
$k = C / C_0$ มีค่ามากกว่า 1 เสมอ

ตาราง 1.2 ตัวอย่างค่าคงที่ของสารไดอิเล็กตริก ที่ 20 องศาเซลเซียส

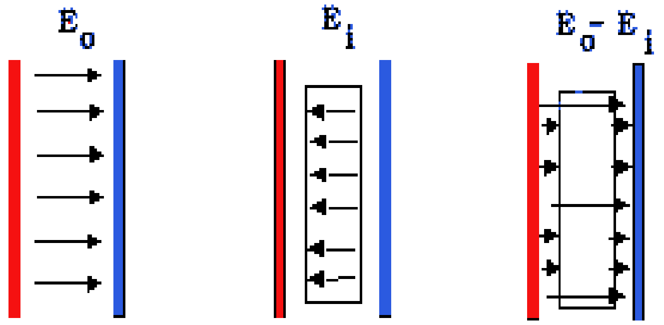
สาร	ค่าคงที่ไดอิเล็กตริก	สาร	ค่าคงที่ไดอิเล็กตริก
สูญญากาศ	1	เทฟลอน	2.1
แก้ว	5-10	เยอรมาเนียม	16
ไมกา	3-6	น้ำบริสุทธิ์	80.4
ไมลาร์	3.1	กลีเซอรีน	42.5
นีโอพรีน(Neoprene)	6.7	เบนซิน	2.284
โพลีเอธิลีน	2.25	แอมโมเนียเหลว(-78 C)	25
โพลีวินีลคลอไรด์	3.18	อากาศ (1 บรรยากาศ)	1.0059

สารไดอิเล็กตริกเป็นสารที่ยอมให้อำนาจไฟฟ้าผ่านเนื้อสารได้ เมื่อสนามไฟฟ้าผ่านเนื้อสารจะทำให้เกิดขั้วคู่ไฟฟ้าหรือไดโพล (dipole) ในสารนั้น แต่อะตอมของสารยึดเหนี่ยวกันอย่างหนาแน่น จึงไม่เกิดประจุอิสระหรือกระแสไฟฟ้าในเนื้อสาร ยกเว้นในกรณีที่สนามไฟฟ้ามีความเข้มสูงมาก จนทำให้เกิดสภาพพังทะลาย (dielectric breakdown) จะเกิดประจุอิสระในสารทำให้สารนั้นกลายเป็นตัวนำไฟฟ้า

โดยปกติสารไดอิเล็กตริกเป็นกลางทางไฟฟ้า เมื่อใส่สารไดอิเล็กตริกเข้าไปในระหว่างแผ่นขนานของตัวเก็บประจุ สนามไฟฟ้าที่ผ่านในเนื้อสารจะทำให้เกิดไดโพล ไดโพลพยายามจะเรียงตัวในแนวเดียวกับทิศของสนาม แต่การเรียงตัวจะไม่เป็นระเบียบทั้งเนื้อสาร เพราะมีผลของการสั่นสะเทือนของโมเลกุลเข้ามารบกวน ทำให้สนามไฟฟ้าที่เกิดจากไดโพลมีค่าน้อยกว่าสนามไฟฟ้าภายนอกเสมอ



รูป 1.43 เมื่อสนามไฟฟ้าผ่านเนื้อสาร จะเกิดไดโพลในเนื้อสารนั้น



รูป 1.44 ก. แสดงสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนาน
ข. สนามไฟฟ้าของสารไดอิเล็กตริก
ค. สนามไฟฟ้าของแผ่นขนานจะหักล้างกับสนามไฟฟ้าของสารไดอิเล็กตริก

ให้ประจุบนแผ่นขนานของตัวเก็บประจุมีความหนาแน่น σ คูลอมบ์/เมตร^2 ให้ประจุบนสารไดอิเล็กตริกมีความหนาแน่น σ_i คูลอมบ์/เมตร^2 E เป็นขนาดของสนามไฟฟ้าลัพธ์ระหว่างแผ่นขนาน แผ่นขนานมีขนาดใหญ่มากเมื่อเทียบกับระยะห่างระหว่างแผ่น

$$E = E_0 - E_i = V/d = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_i}{\varepsilon_0}$$

จาก $k = C/C_0 = V_0/V = E_0/E = \dfrac{\sigma}{(\sigma - \sigma_i)}$

หรือ $\sigma - \sigma_i = \dfrac{\sigma}{k} = \varepsilon_0 E$

$$E = \frac{\sigma}{k\varepsilon_0}$$

ปริมาณ $k\varepsilon_0$ เรียกว่า สภาพยอมของสารไดอิเล็กตริก (permittivity) ความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุที่มีสารไดอิเล็กตริกคือ

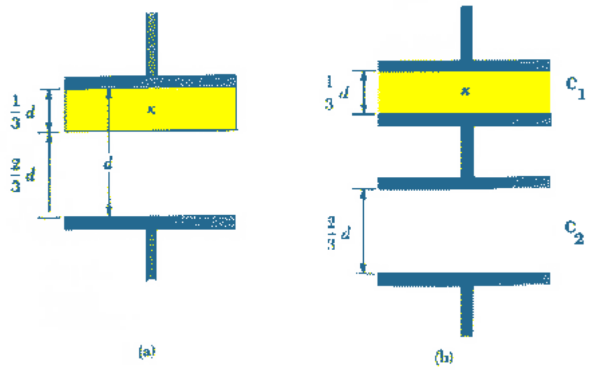
$$C = kC_0 = \frac{k\varepsilon_0 A}{d} = \frac{\varepsilon A}{d} \qquad \text{................(1.25)}$$

เมื่อกำหนดให้ $k\varepsilon_0 = \varepsilon$

ในสูญญากาศ $k = 1$ ค่า k ไม่มีหน่วยเพราะว่าเป็นตัวเลขที่เกิดจากอัตราส่วนของปริมาณเดียวกัน หน่วยของ ε_0 และ ε มีหน่วยเดียวกันคือ คูลอมบ์^{2} / นิวตัน.เมตร^2

ตัวอย่าง 1.27 ตัวเก็บประจุแผ่นขนานมีความจุ C_o เมื่อไม่มีไดอิเล็กตริก ถ้าใส่ไดอิเล็กตริกที่หนา d/3 เข้าไป ค่าความจุจะเป็นเท่าไร

วิธีทำ



รูป 1.45 ตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนาน เมื่อใส่สารไดอิเล็กตริกหนา d /3

เมื่อใส่สารไดอิเล็กตริกที่ระหว่างแผ่นขนานของตัวเก็บประจุ สารไดอิเล็กตริกจะทำให้ตัวเก็บประจุเสมือนกลายเป็นตัวเก็บประจุ 2 ตัวต่ออนุกรมกันดังรูป 1.42 b

ความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุตัวที่ 1 $C_1 = \dfrac{k\varepsilon_0 A}{d/3}$

ความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุตัวที่ 2 $C_2 = \dfrac{\varepsilon_0 A}{2d/3}$

ความจุไฟฟ้ารวมของตัวเก็บประจุ คือ

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$= \frac{d/3}{k\varepsilon_0 A} + \frac{2d/3}{\varepsilon_0 A}$$

$$C = \left(\frac{3k}{2k+1}\right)\frac{\varepsilon_0 A}{d} \quad \text{ฟารัด}$$

แบบฝึกหัดหน่วยที่ 1
แรงไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าสถิต

กฎของคูลอมบ์

1.1 ถ้าต้องการทำลายแรงดึงดูดระหว่างโลกกับดวงจันทร์โดยใช้แรงผลักทางไฟฟ้า

ก. ต้องใส่ประจุบวกบนโลกและดวงจันทร์จำนวนเท่ากันขนาดเท่าใด (5.72×10^{13} คูลอมบ์)

ข. ต้องรู้ระยะทางระหว่างโลกกับดวงจันทร์หรือไม่

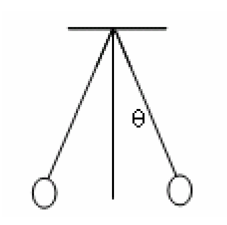
ค. ถ้าต้องใช้ประจุบวกจากแก๊สไฮโดรเจนจะต้องใช้ไฮโดรเจนกี่กิโลกรัมจึงจะได้ประจุบวกเท่ากับข้อ ก. (5.935×10^{5} กิโลกรัม)

(กำหนดให้มวลของโลก 6×10^{24} กิโลกรัม หนักเป็น 81 เท่าของดวงจันทร์, $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N.m^2/kg^2 ไฮโดรเจน 1 อะตอมหนัก 1.66×10^{-27} กิโลกรัม)

1.2 น้ำแก้วหนึ่งมีปริมาตร 250 ลูกบาศก์เซนติเมตร จงคำนวณหาประจุบวกในน้ำแก้วนี้ ให้น้ำ 1 ลูกบาศก์เซนติเมตร หนัก 1 กรัม ที่ 4 องศาเซลเซียส เลขอะโวกาโดร = 6.02×10^{23} โมเลกุล/โมล (1.34×10^{7} คูลอมบ์)

1.3 ประจุ Q ถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ q และ Q-q จงหาความสัมพันธ์ระหว่าง Q และ q ในเงื่อนไขที่ทำให้เกิดแรงผลักค่ามากที่สุดในช่วงระยะที่กำหนดให้ค่าหนึ่ง ($q = Q/2$)

1.4 อิเล็กโตรสโคปแบบหนึ่งสามารถวัดขนาดประจุได้ โดยใช้ลูกบอลขนาดเท่ากัน 2 ลูก แขวนไว้ด้วยเชือกเบาและเป็นฉนวน มีความยาว L ลูกบอลแต่ละลูกมีมวล m ประจุทั้งหมดบนลูกบอลทั้งสองมีขนาดเท่ากับ Q อนุโลมว่าเป็นจุดประจุได้ θ เป็นมุมที่เชือกเบี่ยงเบนไปจากแนวปกติจงแสดงว่า $\tan\theta \sin^2\theta$ = ค่าคงที่ และจงหาค่าคงที่นี้($\tan\theta \sin^2\theta = \dfrac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0(4mgL^2)}$)



รูปสำหรับข้อ 1.4

1.5 วางจุดประจุไว้ที่มุมของสามเหลี่ยมด้านเท่า ประจุแต่ละมุมมีขนาด q เพื่อที่จะให้ประจุอยู่ใน สภาพสมดุล ต้องวางประจุขนาดเท่าใดไว้ที่จุดกึ่งกลางของสามเหลี่ยม ($\dfrac{-1}{\sqrt{3}}q$)

1.6 ตัวนำทรงกลมสองลูกมีขนาดเท่ากันวางอยู่ห่างกัน 3 ซม. ในอากาศ มีแรงดึงดูดระหว่างมวล 10^{-19} นิวตันจะต้องใส่อิเล็กตรอนจำนวนเท่ากันในทรงกลมทั้งสองอย่างน้อยที่สุดลูกละกี่ตัวเพื่อต้านแรงดึงดูดนี้ได้พอดี (625)

1.7 ไฮโดรเจนอะตอมมีอิเล็กตรอนโคจรเป็นวงกลมรัศมี 5.3 x 10^{-11} เมตร รอบโปรตอน จงคำนวณหา

ก. อัตราเร็วของอิเล็กตรอนในวงโคจร (2.18 x 10^{6} เมตร/วินาที)

ข. อัตราเร็วเชิงมุมของอิเล็กตรอน (4.1 x 10^{16} เรเดียน/วินาที)

ค. อัตราเร่งเข้าสู่ศูนย์กลางของอิเล็กตรอน (9.1 x 10^{6} เมตร/วินาที^{2})

1.8 ลูกบาศก์ด้านยาว a มีประจุ q ที่แต่ละมุม

ก. จงแสดงว่าขนาดของแรงลัพธ์บนประจุอันใดอันหนึ่งมีค่า $F = \dfrac{0.261q^2}{\varepsilon_0 a^2}$

ข. หาทิศของ F เทียบกับขอบลูกบาศก์

1.9 ประจุขนาด 10^{-3} คูลอมบ์ วางไว้ที่ตำแหน่ง P(30, -10, 15) ในสูญญากาศ จงหาแรงที่เกิดขึ้น บนประจุตัวนี้เมื่อประจุตัวที่สองมีขนาด 6 $\times 10^{-4}$ คูลอมบ์ วางอยู่ที่จุด Q (20, 10, 25) (3.67$(\hat{\mathrm{i}} - 2\hat{\mathrm{j}} - \hat{\mathrm{k}})$ นิวตัน)

1.10 จงหาขนาดของประจุทั้งหมดบนเส้นประจุยาวอนันต์ วางอยู่บนแกน x เมื่อการกระจายของประจุมีลักษณะดังนี้ $\lambda = \dfrac{\lambda_0}{1 + \dfrac{x^2}{a^2}}$ ($\lambda_0 \pi a$)

สนามไฟฟ้า

1.11 ความเข้มสนามไฟฟ้าค่าเท่าใด จึงจะพอดีหักล้างกับน้ำหนักของโปรตอนพอดี

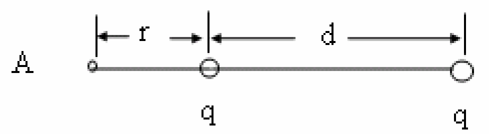
1.12 ถ้าเราสามารถสเก็ตเส้นแรงของสนามไฟฟ้าบริเวณหนึ่งได้ เมื่อนำประจุขนาด q ไปวางไว้ในสนามไฟฟ้า เส้นแรงจะบอกอะไรให้เราทราบเกี่ยวกับแรงที่กระทำบนประจุนั้น

1.13 เส้นแรงไฟฟ้าสามารถตัดกันได้หรือไม่ จงอธิบาย

1.14 ประจุไฟฟ้า q_1 = 15 x 10^{-6} คูลอมบ์ และ q_2 = 10 x 10^{-6} คูลอมบ์ วางห่างกันเป็นระยะ 1 เมตร ในแนวระดับ จงคำนวณหาขนาดและทิศทางของสนามไฟฟ้าลัพธ์ที่ตำแหน่ง P ซึ่งอยู่ห่างจาก q_1 และ q_2 เป็นระยะ 0.6 เมตร และ 0.8 เมตร ตามลำดับ

(1.87 x 10^{-5} N , θ = $\tan^{-1}$ 0.892)

1.15 จุดประจุ 2 ตัววางห่างกัน d ไม่ทราบชนิดของประจุ



รูปสำหรับข้อ 1.15

ก. ถ้าตำแหน่ง A เป็นตำแหน่งที่สนามไฟฟ้ามีค่าเป็นศูนย์ q_1 และ q_2 ต้องเป็นประจุชนิดใด และขนาดเป็นอย่างไร จงหาระยะ r ด้วย

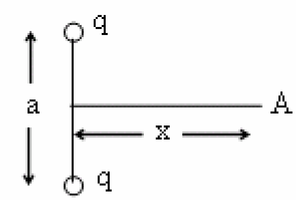
($q_1 < q_2$ เป็นประจุชนิดตรงข้ามกัน, $r = \dfrac{d\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_1} - \sqrt{q_2}}$)

ข. จงหาตำแหน่งที่สนามไฟฟ้ามีค่าเป็นศูนย์อีกตำแหน่งหนึ่ง (ไม่มี)

1.16 จากรูปจงแสดงว่า $|\vec{E}| = \dfrac{2kq}{x^2}$ เมื่อ x >> a

ก. จงหาทิศของสนามไฟฟ้า

ข. เปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้กับกรณีของไดโพล



รูปสำหรับข้อ 1.16

1.17 ประจุ 2 ตัว ขนาด 1.5 ไมโครคูลอมบ์ และ 3 ไมโครคูลอมบ์ ห่างกัน 0.2 เมตร จงหาตำแหน่งที่สนามไฟฟ้ามีค่าเป็นศูนย์ (0.0828 เมตร.)

1.18 ก. จงหาความเร่งของอิเล็กตรอนที่วางอยู่ในสนามไฟฟ้าขนาด 0^6 นิวตัน/คูลอมบ์ (1.8×10^1 ม./วินาที^{2})

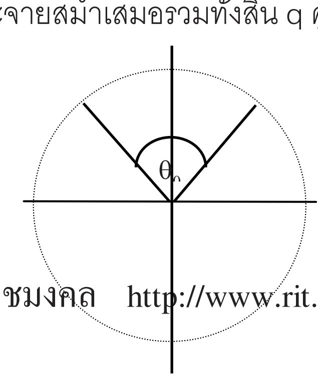
ข. อิเล็กตรอนจะมีความเร็ว 1/10 เท่าของความเร็วแสง เมื่อเวลาผ่านไปนานเท่าใด ให้อิเล็กตรอนเคลื่อนที่จากจุดหยุดนิ่ง แสงมีความเร็ว 3×10^8 เมตร/วินาที ในสูญญากาศ (1.7×10^{-10} s)

ค. กลศาสตร์ของนิวตันสามารถใช้คำนวณในระดับความเร็วสูงเช่นนี้ได้หรือไม่
(กลศาสตร์นิวตันมีขีดจำกัดตรงที่ความเร็วของอนุภาคไม่ควรเกิน 1/10 ของความเร็วแสง เพราะที่ความเร็วสูงๆ มวลของอนุภาคมีค่าไม่คงที่ จะแปรค่าไปตามความเร็วดังสมการ $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$ เมื่อ m_0 คือมวลนิ่งของวัตถุ)

1.19 ประจุบวกขนาด q, 2q และ 3q วางที่มุมของสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวด้านละ d จงหาทิศและ ขนาดของสนามไฟฟ้า ที่จุดกึ่งกลางของเส้นตรงที่ลากเชื่อมระหว่าง q และ 2q ($\dfrac{-4kq(\hat{i} + \hat{j})}{d^2}$)

1.20 แท่งประจุรูปโค้งของวงกลมรัศมี a รองรับมุม θ_0 ที่จุดศูนย์กลางของวงกลม ประจุมีการกระจายสม่ำเสมอรวมทั้งสิ้น q คูลอมบ์ จงแสดงว่าสนามที่จุดศูนย์กลางของความโค้งมีค่าเป็น

$$\vec{E} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0\theta_0 a^2}\sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right)(-\hat{j})$$



รูปสำหรับข้อ 1.20

กฎของเกาส์

1.21 จุดประจุขนาด Q วางอยู่ที่จุดศูนย์กลางของทรงกลมรัศมี a ที่ผิวของทรงกลมมีประจุขนาด Q' - Q กระจายอยู่อย่างสม่ำเสมอ จงหาฟลักซ์ที่ผ่านผิวทรงกลมรัศมี r เมื่อ r < a และ r > a (Q, Q')

1.22 จุดประจุอยู่ที่จุดศูนย์กลางของผิวปิดรูปทรงกลม ฟลักซ์ทั้งหมดที่ผ่านผิวปิดจะเปลี่ยนไป หรือไม่อย่างไร ถ้า

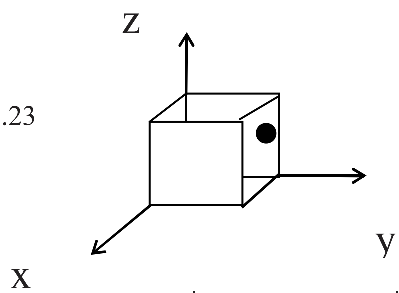
ก. ผิวนี้เปลี่ยนเป็นรูปลูกบาศก์มีปริมาตรเท่ากับทรงกลม

ข. ผิวนี้เป็นรูปลูกบาศก์มีปริมาตรเป็น 1/10 ของปริมาตรเดิม

ค. ประจุอยู่ที่ผิวของทรงกลม

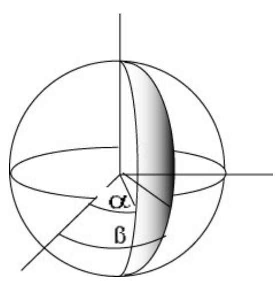
1.23 ประจุมีขนาด q วางอยู่ที่จุดศูนย์กลางของลูกบาศก์ จงหาฟลักซ์ที่ผ่านผิวแต่ละด้านของลูกบาศก์นี้ ถ้าประจุเคลื่อนมาอยู่ที่มุมใดมุมหนึ่งของลูกบาศก์ จงหาฟลักซ์ของสนามไฟฟ้าที่ ผ่านผิวแต่ละด้าน (q/6) และ (q/24)

รูปสำหรับข้อ 1.23



1.24 จุดประจุขนาด q วางที่จุดศูนย์กลางของทรงกลม จงหาฟลักซ์ที่พุ่งผ่านผิวส่วนหนึ่งของทรงกลมตรงส่วน $\alpha \le \varphi \le \beta$ ($\frac{(\beta-\alpha)q}{2\pi}$)

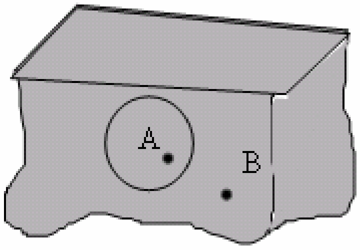
รูปสำหรับข้อ 1.24



1.25 จุดประจุขนาด 10^{-7} คูลอมบ์ อยู่ที่จุดศูนย์กลางของโพรงทรงกลม รัศมี 3 เซนติเมตร ในชิ้นโลหะ จงใช้กฎของเกาส์หาสนามไฟฟ้าที่จุด A เมื่อ A เป็นจุดแบ่งครึ่งของรัศมีทรงกลม และจุด B ซึ่งอยู่ในชิ้นโลหะ

(4×10^{6} นิวตัน/คูลอมบ์, 0)

รูปสำหรับข้อ 1.25



1.26 แผ่นโลหะบางขนาด 1 x 1 x 0.01 เมตร มีประจุขนาด 10 ไมโครคูลอมบ์ กระจายอยู่อย่างสม่ำเสมอ จงใช้กฎของเกาส์หาสนามที่จุดเหนือผิวโลหะเพียงเล็กน้อย ตรงบริเวณกึ่งกลางของแผ่นโลหะ

(5.6×10^5 นิวตัน/คูลอมบ์)

1.27 ท่อยาวบางรัศมี R มีประจุต่อหน่วยความยาวเท่ากับ λ ที่ผิว จงหาค่า E ที่ระยะ r เมื่อ r วัดจากแกนกลางของท่อในแนวตั้งฉาก

ก. เมื่อ $r > R$ ($\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$)

ข. เมื่อ $r < R$ (0)

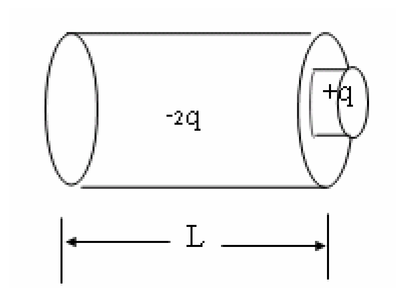
ค. ให้ $\lambda = 2 \times 10^{-8}$ คูลอมบ์/เมตร R = 3 เซนติเมตร จงเขียนกราฟของสนามไฟฟ้าในช่วง r = 0 ถึง r = 5 เซนติเมตร

1.28 ตัวนำทรงกระบอกยาว l มีประจุ q ถูกล้อมรอบด้วยท่อตัวนำมีประจุ -2q จงใช้กฎของเกาส์ คำนวณหา

ก. สนามภายนอกท่อกลวง

ข. สนามระหว่างทรงกระบอกทั้งสอง

ค. การกระจายของประจุในท่อกลวง



รูปสำหรับ ข้อ 1.28

ศักย์ไฟฟ้า

1.29 ประจุ q มีขนาด 1.5×10^{-8} คูลอมบ์

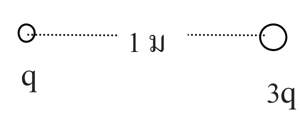
ก. จงหารัศมีของ Equipotential surface ที่มีศักย์ไฟฟ้า 30 โวลต์ (4.5 เมตร)

ข. ผิวที่มีศักย์ไฟฟ้าต่างกันเป็นค่าคงที่ (สมมติว่าต่างกัน1.0 โวลต์) จะห่างเท่า ๆ กัน หรือไม่

1.30 จากรูป จงหาตำแหน่งที่

ก. V = 0 (มี 2 ที่ คืออยู่ระหว่างประจุทั้งสอง โดยห่างจาก q =25 เซนติเมตรอยู่นอกประจุทั้งสองห่างจาก q = 50 เซนติเมตร)

ข. E = 0 (1.4 เมตร จาก q)



รูปสำหรับข้อ 1.30

1.31 ตัวนำทรงกลมรัศมี 10 เซนติเมตร วางอยู่ในอากาศจะเก็บประจุ 4×10^{-6} คูลอมบ์ไว้ได้โดย ไม่เกิด Breakdown ได้หรือไม่ ให้ค่าความเข้มต่ำสุดที่ทำให้เกิด Breakdown ของอากาศที่ความดันบรรยากาศ = 3×10^6 โวลต์/เมตร (ไม่)

1.32 ทรงกลม 2 ลูกมีรัศมี R_1= 1 เซนติเมตร, และR_2 = 2 เซนติเมตร. ก่อนที่ทรงกลมทั้งสองจะถูกเชื่อมต่อด้วยเส้นลวดตัวนำ ทรงกลมลูกเล็กมีประจุ 2×10^{-7} คูลอมบ์ ทรงกลมใหญ่ไม่มีประจุอยู่เลย จงคำนวณ

ก. ปริมาณประจุบนแต่ละลูกหลังจากเชื่อมต่อด้วยลวด (0.7×10^{-7} C, 1.3×10^{-7}C)

ค. ศักย์ไฟฟ้าของทรงกลมแต่ละลูก

1.33 จุดประจุขนาด 10^{-7} คูลอมบ์ วางอยู่ที่จุดกำเนิด จงหาศักย์ไฟฟ้าที่ระยะ r = 6 เมตร เมื่อ

ก. ศักย์ไฟฟ้าที่ระยะอนันต์มีค่าเป็นศูนย์ (150 V)

ข. ศักย์ไฟฟ้ามีค่าเป็นศูนย์ที่ r = 10 เมตร (60 V)

ค. ศักย์ไฟฟ้ามีค่า 50 V ที่ r = 9 เมตร (100 V)

1.34 ประจุบวกและลบมีขนาดเท่ากัน เรียงสลับกันไปเรื่อย ๆ ระยะห่างระหว่างประจุเท่ากับ a ทุก ระยะ จงแสดงว่าศักย์ไฟฟ้าที่ประจุลบตัวใดตัวหนึ่งมีค่าเป็น $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\ln 2}{a}$

1.35 สนามไฟฟ้าของเส้นประจุยาวอนันต์ที่จุดห่างออกไปในแนวตั้งฉากกับเส้นประจุเป็นระยะ r มีขนาดเป็น

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

เมื่อ λ คือความหนาแน่นประจุต่อหนึ่งหน่วยความยาว จงแสดงว่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดนี้มีค่าเป็น $-\frac{\lambda\ln r}{2\pi\varepsilon_0}$

1.36 ประจุขนาด q กระจายอย่างสม่ำเสมอบนแท่งแก้วยาว L จงหาศักย์ไฟฟ้าที่จะห่างจากปลายหนึ่งของแท่งแก้วเป็นระยะ d ($\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\ln|\frac{L+d}{d}|}{L}$)

1.37 ประจุ q กระจายอย่างสม่ำเสมอเป็นรูปทรงกลมตันรัศมี a

ก. จงแสดงว่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดวัดจากจุดศูนย์กลางของทรงกลมเป็นระยะ r (r < a) มีค่าเป็น

$$\frac{q}{8\pi\varepsilon_0}(\frac{3a^2 - r^2}{a^3})$$

ข. ศักย์ไฟฟ้าที่จุดศูนย์กลางของทรงกลมมีค่าเท่าไร

1.38 ศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากเส้นประจุที่มีความหนาแน่น λ คูลอมบ์/เมตร วางอยู่ในแนวแกน z ใน ช่วง $-L \leq Z \leq L$ จงหาศักย์ไฟฟ้าในระนาบ z = 0 ($\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln|\frac{L+\sqrt{L^2+r^2}}{-L+\sqrt{L^2+r^2}}|$)

1.39 ประจุกระจายอย่างสม่ำเสมอเป็นรูปวงแหวนรัศมี 2 เมตร ประจุทั้งหมดมีขนาด 40/3 nC จงหาศักย์ไฟฟ้าที่จุด P ซึ่งอยู่ในแนวแกนซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงแหวน ห่างจากจุดกำเนิด 5 เมตร (22.3 V)

ถ้าประจุทั้งหมดบนวงแหวนมารวมกันอยู่ที่จุดกำเนิด จงหาศักย์ไฟฟ้าที่จุด P ในกรณีนี้ (24 V)

1.40 ประจุขนาด 40/3 nC กระจายอย่างสม่ำเสมอเป็นจานกลมรัศมี 2 เมตร จงหาศักย์ไฟฟ้าที่ตำแหน่งห่างจากจุดศูนย์กลางของจานกลมในแนวแกน 2 เมตร (49.7 V)

ถ้าประจุทั้งหมดรวมกันอยู่ที่จุดศูนย์กลางของจานกลม จงหาศักย์ไฟฟ้าในกรณีนี้ (60.0 V)

ตัวเก็บประจุ

1.41 ให้ความต่างศักย์ 300 โวลต์แก่ตัวเก็บประจุ 2 ไมโครฟารัด และ 8 ไมโครฟารัด ถ้าตัวเก็บประจุต่อแบบอนุกรม จงหาประจุและความต่างศักย์ที่ตัวเก็บประจุแต่ละตัว

(480 ไมโครคูลอมบ์ 240 โวลต์ 60 โวลต์)

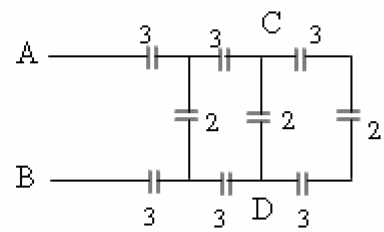
ถ้าต่อตัวเก็บประจุแบบขนาน จงหาประจุและความต่างศักย์ที่ตัวเก็บประจุแต่ละตัว

(600, 2,400 ไมโครคูลอมบ์, 300 โวลต์)

1.42 ตัวเก็บประจุ (หน่วยไมโครฟารัด) ต่อกันดังรูป

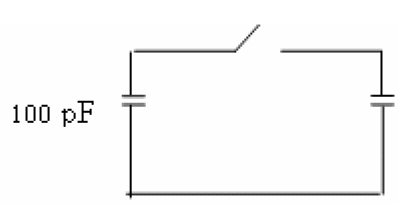
ก. จงหาความจุไฟฟ้ารวมที่ปลาย AB

ข. เมื่อ V_{AB} = 900 Volt จงหา V_{CD}



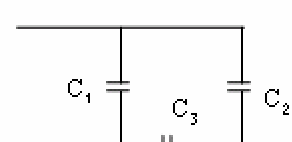
รูปสำหรับข้อ 1.42

1.43 ตัวเก็บประจุขนาด 100 pF ถูกประจุจนมีความต่างศักย์ 50 โวลต์ แล้วนำแบตเตอรี่ที่ให้ประจุออก จากนั้นนำตัวเก็บประจุที่ไม่ทราบค่ามาต่อดังรูป ถ้าความต่างศักย์ลดลงเหลือ 35 โวลต์ ตัวเก็บประจุตัวที่ 2 มีค่าเท่าใด (43 pF approximately)



รูปสำหรับข้อ 1.43

1.44 จงหาความจุไฟฟ้ารวม C_1 = 10 C_2 = 5 ไมโครฟารัด



รูปสำหรับข้อ 1.44

C_3 = 4 ไมโครฟารัด

V = 100 โวลต์

ถ้าตัวเก็บประจุ C_3 เกิดความเสียหายกลายเป็นตัวนำ จงหาประจุและความต่างศักย์ของ C_1 ที่เปลี่ยนไป

1.45 มีตัวเก็บประจุขนาด 2 ไมโครฟารัด อยู่หลายตัว แต่ละตัวทนแรงดันไฟฟ้าได้ 220 โวลต์ โดยไม่ชำรุด จะมีวิธีต่ออย่างไร เพื่อให้ได้ความจุไฟฟ้าเป็น

ก. 0.4 ไมโครฟารัด ข. 1.2 ไมโครฟารัด

1.46 ตัวเก็บประจุขนาด 500 ไมโครฟารัด สะสมประจุจนมีความต่างศักย์เป็น 120 โวลต์ จงหา ปริมาณความร้อนขณะที่ตัวเก็บประจุคายประจุ ถ้าพลังงานทั้งหมดถูกเปลี่ยนเป็นความร้อนในเส้นลวด (0.86 แคลอรี)

1.47. แผ่นตัวนำขนาดเท่ากัน 2 แผ่น เป็นกลางทางไฟฟ้ามีพื้นที่แผ่นละ 10 ตารางเซนติเมตร อยู่ห่างกัน 12 ตารางเซนติเมตร อยู่ห่างกัน 12 เซนติเมตร ถ้านำแผ่นตัวนำที่ 3 ซึ่งมีพื้นที่เท่ากัน แต่มีประจุไฟฟ้า +200 นาโนคูลอมบ์ ไปไว้ระหว่างแผ่นตัวนำทั้งสองโดยห่างจากแผ่นแรก 3 เซนติเมตร จงหา

ก) ประจุไฟฟ้าที่ถูกเหนี่ยวนำที่ผิวด้านในของแผ่นตัวนำทั้งสอง

ข) ประจุไฟฟ้ารวมของระบบ (150×10^{-9}, 50×10^{-9})

1.48. นำแผ่นไดอิเล็กตริกสองชนิดหนาเท่ากัน 0.02 เมตร มีค่าคงตัวของไดอิเล็กตริกเท่ากับ 2.00 และ 3.00 ตามลำดับ มาซ้อนทับกันแล้วสอดเข้าไปกั้นระหว่างแผ่นตัวนำคู่ขนานที่มีพื้นที่ 2 ตารางเซนติเมตร จงหาความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุดังกล่าว (5.31×10^{-10})

1.49. ตัวนำทรงกระบอกรัศมี a หุ้มด้วยทรงกระบอกกลวงรัศมี b และยาว L เมื่อให้ประจุ -q และ +q แก่ทรงกระบอกทั้งสองตามลำดับ

ก) จงหาความจุไฟฟ้าของทรงกระบอกซ้อน $(2\pi\varepsilon_0 L/\ln(b/a))$

ข) จงแสดงให้เห็นว่าพลังงานสะสมครึ่งหนึ่งอยู่ระหว่างทรงกระบอกที่ระยะ $r = \sqrt{ab}$