

บทที่ 4 งานและพลังงาน

4.1 งานและพลังงาน

4.2 พลังงานจลน์และทฤษฎีบทของงาน-พลังงาน

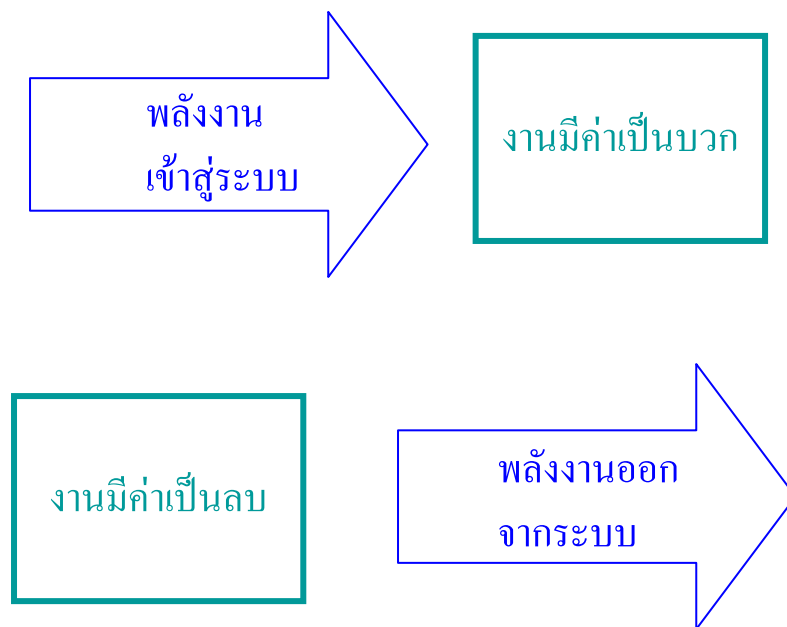
4.3 งานที่ทำโดยน้ำหนักของวัตถุและพลังงานศักย์

4.4 แรงแนูรักษ์และแรงไม่อนุรักษ์

4.5 กำลังงาน

4.1 งานและพลังงาน

- งานคือ พลังงานที่ถ่ายเทสู่ระบบหรือออกจากระบบ โดยแรงที่กระทำต่อระบบ

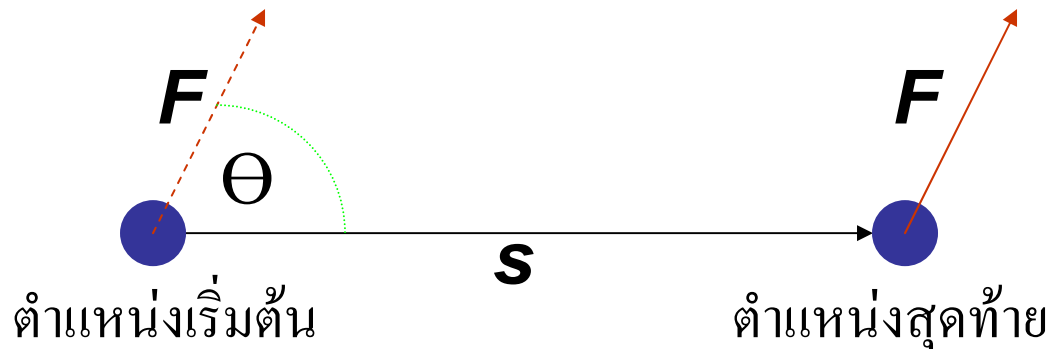


4.1 งานและพลังงาน (ต่อ)

- นิยาม งาน W ที่กระทำโดยแรงขนาดคงที่ F ต่อวัตถุให้เคลื่อนที่เป็นระยะขจัด s เท่ากับ ผลคูณสเกลาร์ของแรงกับระยะขจัด

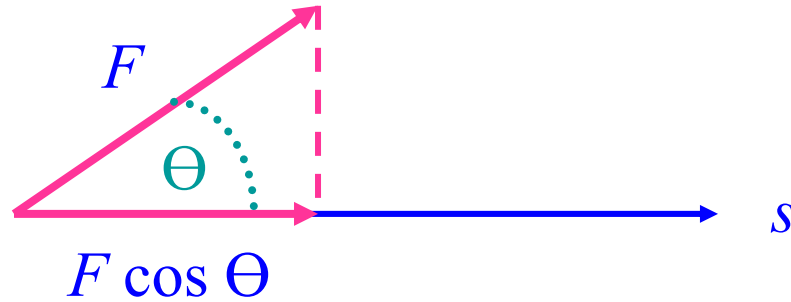
$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = (F \cos \Theta)s = F(s \cos \Theta)$$

หน่วยของงานคือ จูล (J) ซึ่งเท่ากับ นิวตัน-เมตร (N·m)

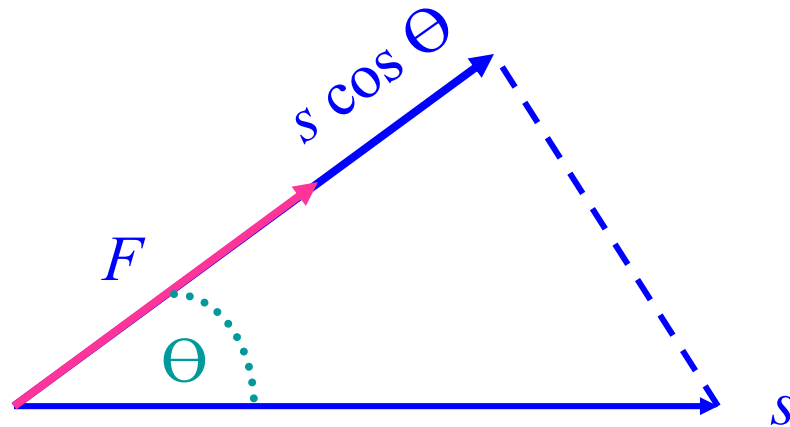


4.1 งานและพลังงาน (ต่อ)

$$W = (F \cos \Theta) s$$

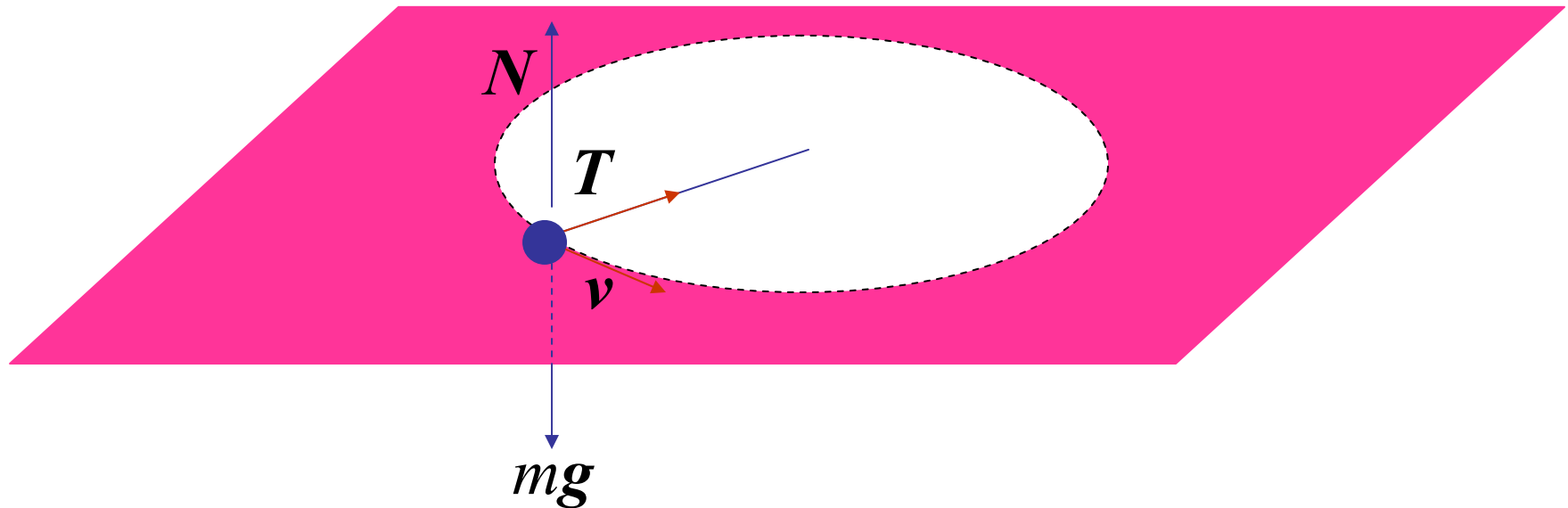


$$W = F (s \cos \Theta)$$



4.1 งานและพลังงาน (ต่อ)

สังเกตว่า (1) ในกรณีที่ $\theta = 90^\circ$ แรงนั้นจะไม่ทำให้เกิดงาน



จากรูป แรงตึงเชือก T นำหนัก mg และแรงปฏิกิริยา N ไม่ทำให้เกิดงานใดๆ

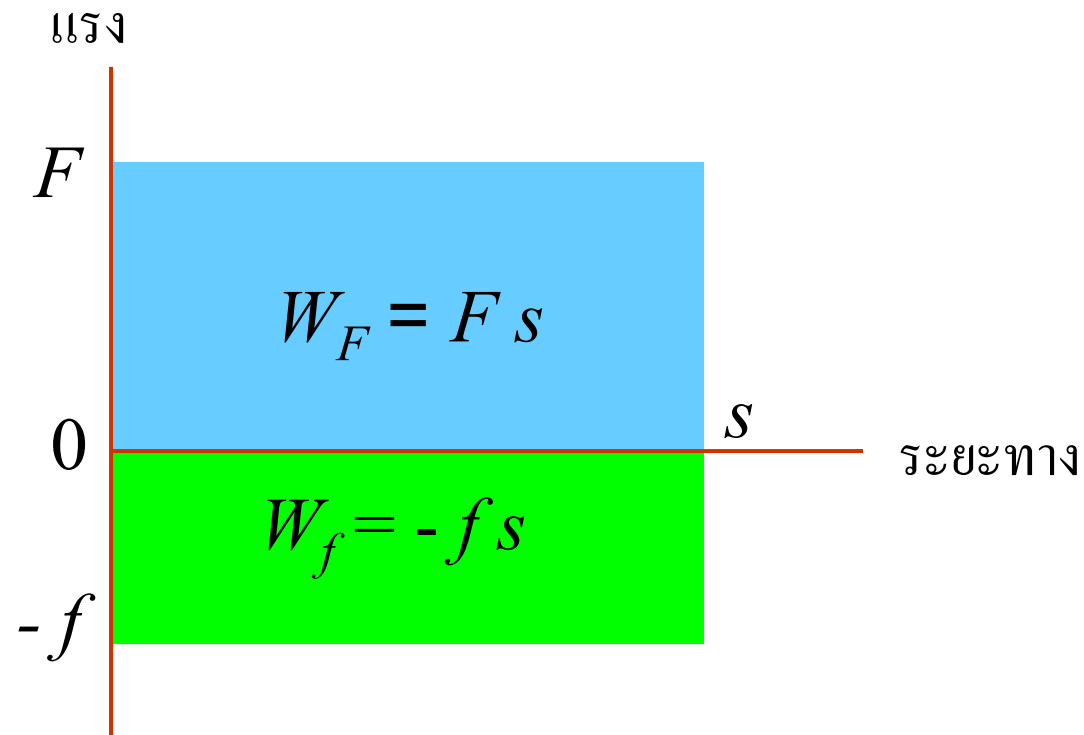
4.1 งานและพลังงาน (ต่อ)

(2) ปริมาณงานมีค่าได้ทั้งค่าบวกและลบ

- ในกรณีที่ $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \Rightarrow 0 \leq \cos \theta < 1$
- ในกรณีที่ $90^\circ < \theta \leq 180^\circ \Rightarrow -1 \leq \cos \theta < 0$

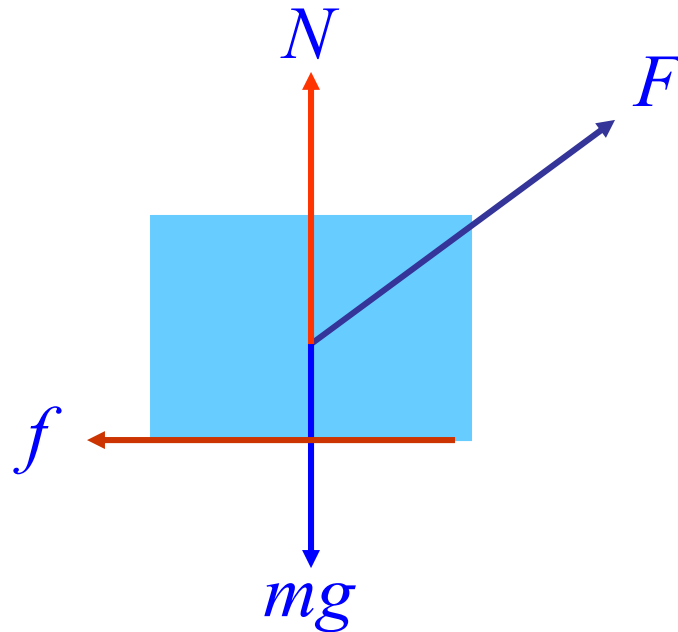
4.1 งานและพลังงาน (ต่อ)

(3) ปริมาณงาน W หาได้จากพื้นที่ใต้กราฟ



4.1 งานและพลังงาน (ต่อ)

- ในกรณีที่มีแรงหลายแรงกระทำต่อวัตถุ ต้องหาแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุ ก่อนที่จะคำนวณหาปริมาณงาน



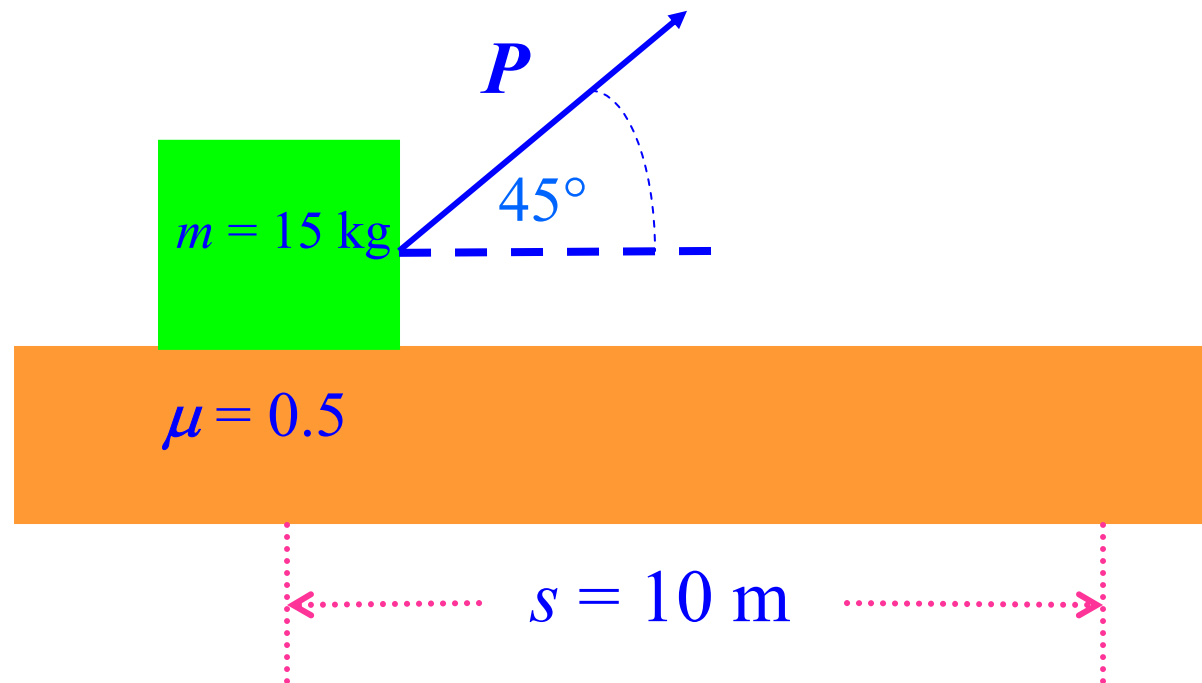
4.1 งานและพลังงาน (ต่อ)

- ในกรณีที่**ขนาดแรงลัพธ์เป็นศูนย์** \Rightarrow **งานเป็นศูนย์**
- ในกรณีที่**ขนาดแรงลัพธ์ไม่เป็นศูนย์**จะได้ว่า

$$\text{งาน} = (\text{ขนาดของแรงลัพธ์}) \times (\text{ระยะขจัดตามแนวแรง})$$

ปัญหาตัวอย่างที่ 1

โจทย์



ปัญหาตัวอย่างที่ 1 (ต่อ)

แรง P ทำมุม 45° กับแนวระดับดึงรั้งไม้มวล $m = 15 \text{ kg}$ เคลื่อนที่ไปบนพื้นราบเป็นระยะ $s = 10 \text{ m}$

กำหนดให้ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างพื้นและรั้งไม้ $\mu = 0.5$

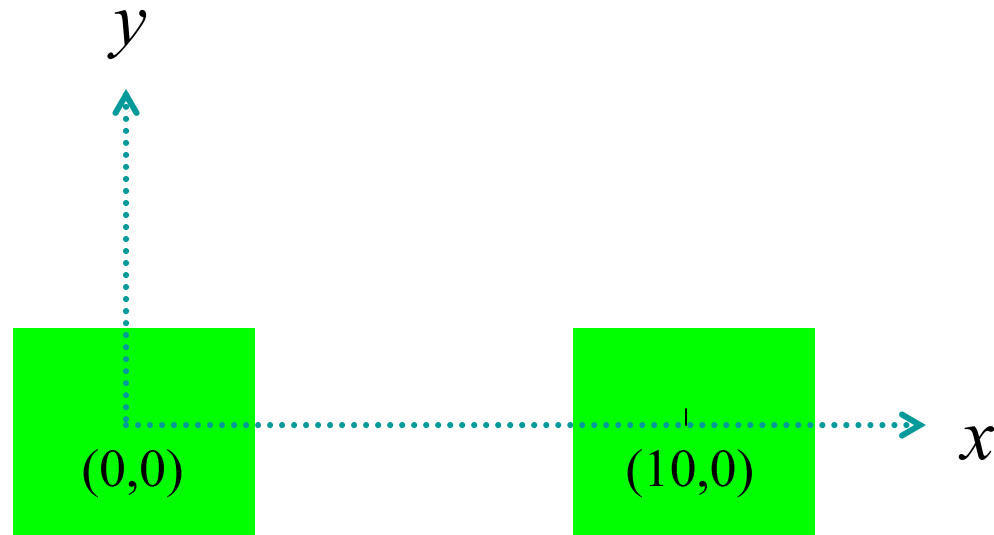
และสนามโน้มถ่วงของโลก $g = 10 \text{ m/s}^2$

จงตอบคำถามในกรณีดังต่อไปนี้

- 1) อัตราเร่งของรั้งไม้ในแนวระดับ $a_x = 4 \text{ m/s}^2$ จงคำนวณหางานเนื่องจากแรง P และงานเนื่องจากแรงเสียดทาน f
- 2) อัตราเร่งของรั้งไม้ a_x เป็นศูนย์ จงคำนวณหางานเนื่องจากแรง P และงานเนื่องจากแรงเสียดทาน f

ปัญหาตัวอย่างที่ 1 (ต่อ)

- วิธีทำ อันดับแรก ตั้งแกนแกนนอ้างอิงโดยให้จุดศูนย์กลางมวลของรังไม้ ณ ตำแหน่งเริ่มต้นอยู่ที่จุด $(0,0)$ ของแกนอ้างอิง

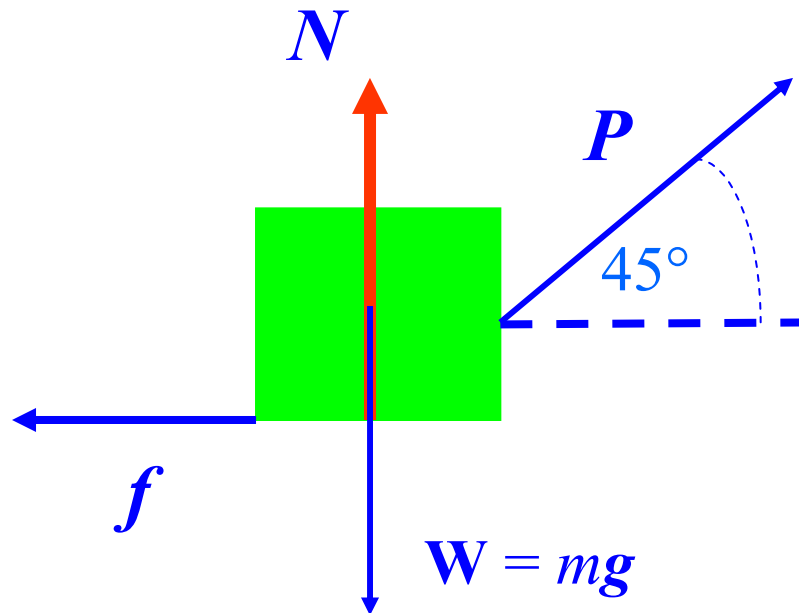


ตำแหน่งเริ่มต้น $s_i = 0$ ตำแหน่งสุดท้าย $s_f = 10 i$

$$\therefore \text{ระยะขจัด } s = s_f - s_i = 10 i$$

ปัญหาตัวอย่างที่ 1 (ต่อ)

- **วิธีทำ** อันดับที่สอง พิจารณาหาแรงทั้งหมดที่กระทำต่อรังไม้



ปัญหาตัวอย่างที่ 1 (ต่อ)

- แรง $\mathbf{P} = P_x \mathbf{i} + P_y \mathbf{j} = P \cos 45^\circ \mathbf{i} + P \sin 45^\circ \mathbf{j}$

$$P = ?$$

- แรงที่พื้นกระทำต่อวัตถุ $\mathbf{N} = N_y \mathbf{j}$

$$N_y = ?$$

- น้ำหนัก

$$\mathbf{W} = mg (-\mathbf{j})$$

- แรงเสียดทานที่พื้นกระทำต่อวัตถุ

$$\mathbf{f} = f_x (-\mathbf{i}) = -\mu N_y \mathbf{i} = -0.5 N_y \mathbf{i}$$

$$f_x = 0.5 N_y$$

ปัญหาตัวอย่างที่ 1 (ต่อ)

- **วิธีทำ** อันดับที่สาม จากกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน

$$(\text{แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุ}) = (\text{มวล}) \times (\text{ความเร่ง})$$

เขียนสมการการเคลื่อนที่ได้ดังนี้

$$\mathbf{P} + \mathbf{f} + \mathbf{N} + \mathbf{W} = m\mathbf{a}$$

$$P_x \mathbf{i} + P_y \mathbf{j} - f_x \mathbf{i} + N_y \mathbf{j} - mg \mathbf{j} = ma_x \mathbf{i}$$

ปัญหาตัวอย่างที่ 1 (ต่อ)

- แยกพิจารณาสมการการเคลื่อนที่ตามแนวแกน x และ y
ตามแนวแกน x

$$\begin{aligned} P_x - f_x &= ma_x \\ P \cos 45^\circ - f_x &= ma_x \end{aligned} \quad (1)$$

ตามแนวแกน y

$$\begin{aligned} P_y + N_y - mg &= 0 \\ P \sin 45^\circ + 2f_x &= mg \end{aligned} \quad (2)$$

ปัญหาตัวอย่างที่ 1 (ต่อ)

$$2(1) + (2) \Rightarrow P = 2^{1/2} m(2a_x + g)/3$$

$$P_x = P \cos 45^\circ = m(2a_x + g)/3$$

$$(2) - (1) \Rightarrow f_x = m(g - a_x)/3$$

ปัญหาตัวอย่างที่ 1 (ต่อ)

- ในกรณีนี้ที่ 1) $a_x = 4 \text{ m/s}^2$

$$P_x = m(2a_x + g)/3 = 15(2 \times 4 + 10)/3 \text{ N} = 90 \text{ N}$$

$$W_P = \mathbf{P} \cdot \mathbf{s} = (P_x \mathbf{i} + P_y \mathbf{j}) \cdot (10 \mathbf{i})$$

$$\Rightarrow W_P = 900 \text{ J}$$

$$f_x = m(g - a_x)/3 = 15(10 - 4)/3 \text{ N} = 30 \text{ N}$$

$$W_f = \mathbf{f} \cdot \mathbf{s} = f_x (-\mathbf{i}) \cdot (10 \mathbf{i})$$

$$\Rightarrow W_f = -300 \text{ J}$$

ปัญหาตัวอย่างที่ 1 (ต่อ)

- ในกรณีนี้ที่ 2) $a_x = 0$

$$P_x = m(2a_x + g)/3 = 15 \times 10 / 3 \text{ N} = 50 \text{ N}$$

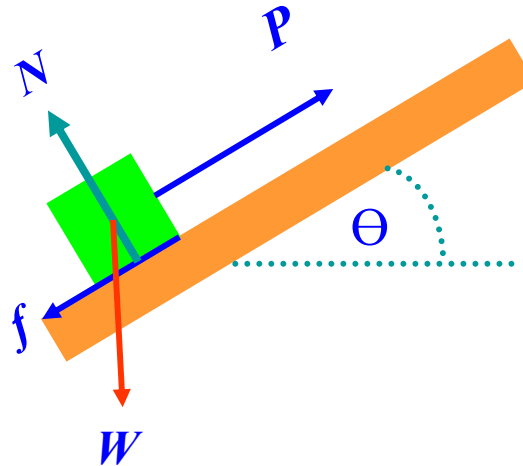
$$W_P = \mathbf{P} \cdot \mathbf{s} = (P_x \mathbf{i} + P_y \mathbf{j}) \cdot (10 \mathbf{i})$$
$$\Rightarrow W_P = 500 \text{ J}$$

$$f_x = m(g - a_x)/3 = 15 \times 10 / 3 \text{ N} = 50 \text{ N}$$

$$W_f = \mathbf{f} \cdot \mathbf{s} = f_x (-\mathbf{i}) \cdot (10 \mathbf{i})$$
$$\Rightarrow W_f = -500 \text{ J}$$

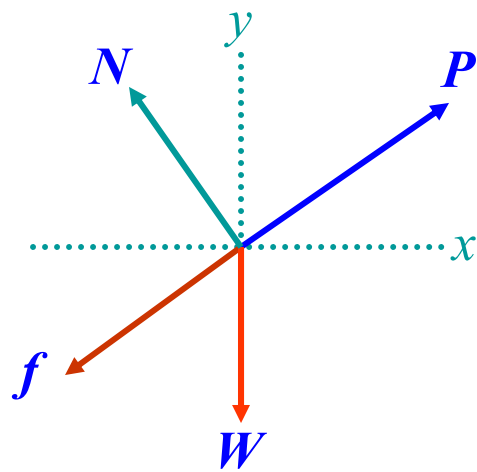
ข้อควรจำ: ในการเลือกแกนอ้างอิง

- การแก้ปัญหาในกลศาสตร์ ควรเริ่มต้นจากการตั้งแกนอ้างอิงที่เหมาะสม
 - ถ้าตั้งแกนอ้างอิงดี \Rightarrow ใช้เวลาในการแก้ปัญหาน้อย
 - ถ้าตั้งแกนอ้างอิงไม่ดี \Rightarrow ใช้เวลาในการแก้ปัญหามาก
- ตัวอย่างการเลือกแกนอ้างอิง

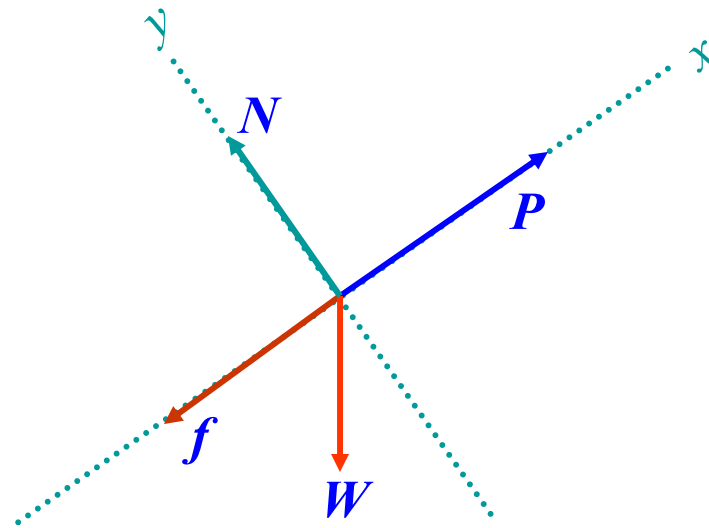


ข้อควรจำ: ในการเลือกแกนอ้างอิง

- นักศึกษาคิดว่าควรเลือกแกนอ้างอิงแบบใด เพราะเหตุใด



(1)



(2)

รูปแบบของพลังงานกล

- พลังงานกลมี 2 รูปแบบ

1) พลังงานจลน์

2) พลังงานศักย์

พลังงานจลน์

- พลังงานจลน์คือ พลังงานของระบบที่เคลื่อนที่
- **นิยาม** สำหรับวัตถุที่มีมวล m เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v

$$\text{พลังงานจลน์ของวัตถุ} \quad K = \frac{1}{2} mv^2$$

ความสัมพันธ์ระหว่างงานและพลังงานจลน์

- พิจารณาแรง F กระทำต่อวัตถุมวล m ในช่วงเวลาที่วัตถุเคลื่อนที่ไปเป็นระยะ s ขจัดตามแนวแรงเท่ากับ s



งานเนื่องจากแรง F กระทำต่อวัตถุ

$$W = Fs$$

จากกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน:

$$F = ma$$

$$\therefore W = mas = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m u^2$$

การเคลื่อนที่เชิงเส้นด้วยอัตราเร่งคงที่

กำหนดให้	u	อัตราเร็วต้นของวัตถุ
	v	อัตราเร็วปลายของวัตถุ
	a	อัตราเร่งของวัตถุ
	t	เวลา

$$(1) \quad v = u + a t$$

$$(2) \quad s = u t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$(3) \quad v^2 = u^2 + 2 a s \quad \Rightarrow \quad a s = \frac{1}{2} (v^2 - u^2)$$

4.2 ทฤษฎีบทงาน-พลังงาน

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m u^2 \\ &= K_f - K_i \end{aligned}$$

ทฤษฎีบทงาน-พลังงาน

งานเนื่องจากแรงคงที่ = การเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์

ปริมาณงาน W มีค่ามากกว่า 0 \Rightarrow พลังงานจลน์ K เพิ่มขึ้น

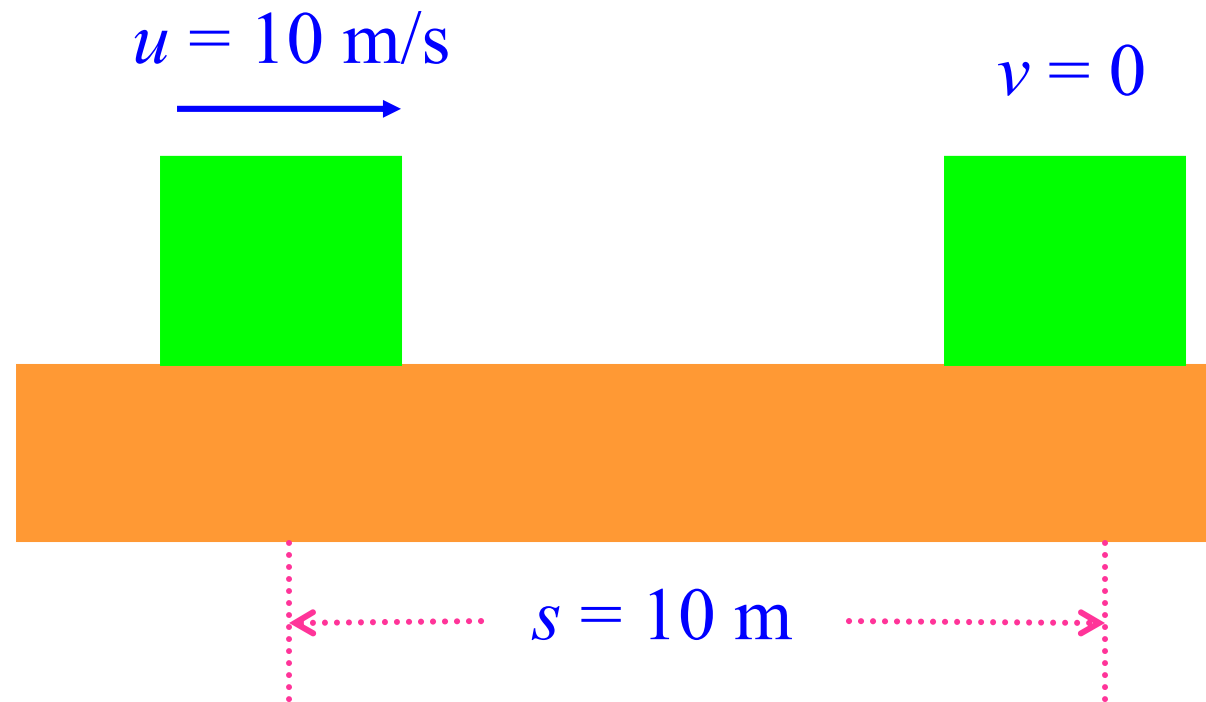
ปริมาณงาน W มีค่าน้อยกว่า 0 \Rightarrow พลังงานจลน์ K ลดลง

ประโยชน์ของทฤษฎีบทงาน-พลังงาน

- 1) ทราบปริมาณงาน W และอัตราเร็วต้นของวัตถุ u
 \Rightarrow สามารถคำนวณหาอัตราเร็วปลายของวัตถุ v
- 2) ทราบปริมาณงาน W และอัตราเร็วปลายของวัตถุ v
 \Rightarrow สามารถคำนวณหาอัตราเร็วต้นของวัตถุ u
- 3) ทราบอัตราเร็วต้นของวัตถุ u และอัตราเร็วปลายของวัตถุ v
 \Rightarrow สามารถคำนวณหาปริมาณงาน W

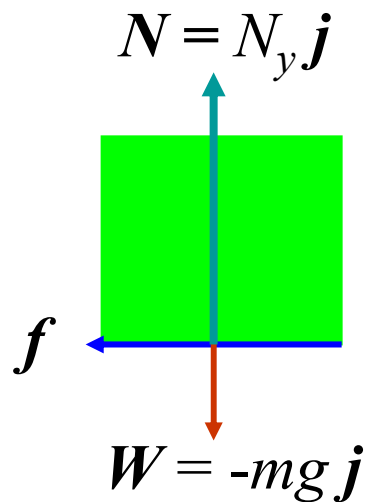
ปัญหาตัวอย่างที่ 2

โจทย์



ปัญหาตัวอย่างที่ 2 (ต่อ)

- กล่องใบหนึ่งเริ่มต้นไถลด้วยอัตราเร็วต้น $u = 10 \text{ m/s}$ ไปบนพื้นที่มีความฝืดได้ไถลสุด 10 m จงหาค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างกล่องและพื้น μ
- **วิธีทำ** พิจารณาแรงที่กระทำต่อวัตถุ



$$f = -\mu N_y \mathbf{i} = -\mu mg \mathbf{i}$$

$$s = 10 \mathbf{i}$$

ปัญหาตัวอย่างที่ 2 (ต่อ)

เนื่องจากแรง N และ W ตั้งฉากกับระยะขจัด

$$N \cdot s = 0 = W \cdot s$$

เพราะฉะนั้น แรง N และ W ไม่ทำให้เกิดงาน

จากทฤษฎีบทงาน-พลังงาน

$$W = \mathbf{f} \cdot \mathbf{s} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m u^2$$

$$(-\mu mg \mathbf{i}) \cdot (10 \mathbf{i}) = -\frac{1}{2} m u^2$$

$$\therefore \mu = u^2/20g = 0.5$$

4.3 งานเนื่องจากแรงโน้มถ่วงและพลังงานศักย์

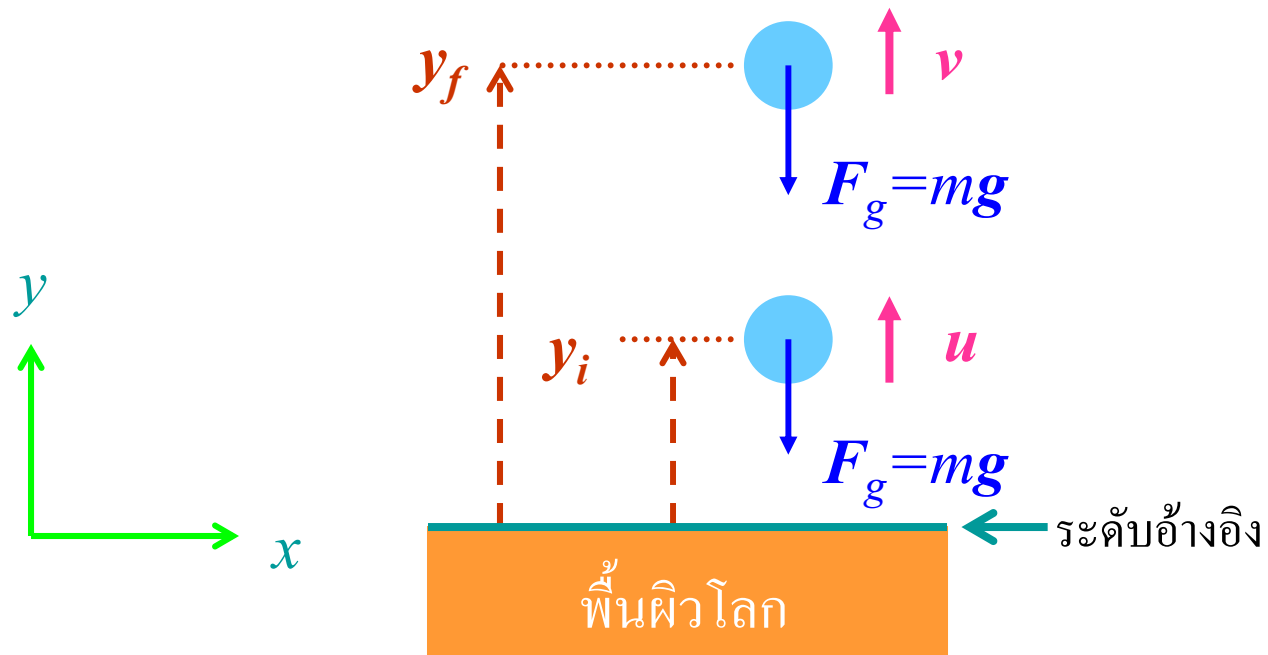
น้ำหนักของวัตถุ \equiv แรงเนื่องจากสนามโน้มถ่วงของโลก \mathbf{g}
กระทำต่อมวล m

เพื่อไม่ให้สับสนระหว่าง น้ำหนัก W กับงาน W

เปลี่ยนสัญลักษณ์ น้ำหนัก $W \Rightarrow F_g$

$$F_g \equiv mg$$

โยนลูกบอลขึ้น



แรงโน้มถ่วง $F_g = mg (-j)$ ระยะขจัด $s = (y_f - y_i)j$

นิยาม: พลังงานศักย์ของแรงโน้มถ่วง

- งานเนื่องจากแรงโน้มถ่วง $W_g = F_g \cdot s = -mg(y_f - y_i)$

$$\text{เนื่องจาก } y_f > y_i \Rightarrow W_g < 0$$

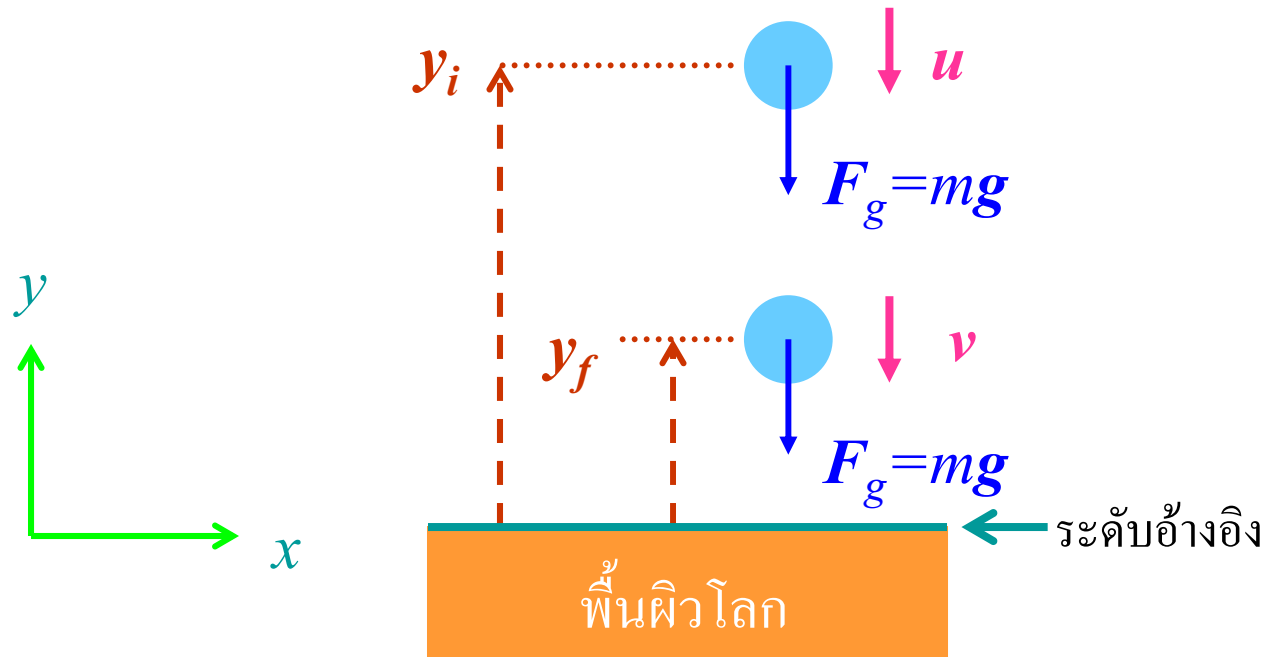
- นิยาม: พลังงานศักย์ของแรงโน้มถ่วงคือ พลังงานที่ขึ้นกับระยะความสูง

$$U = mgy$$

$$W_g = - (U_f - U_i)$$

งานเนื่องจากแรงโน้มถ่วง = - การเปลี่ยนแปลงของพลังงานศักย์

ปล่อยลูกบอลตก



แรงโน้มถ่วง $F_g = mg (-j)$ ระยะขจัด $s = (y_f - y_i) (-j)$

ปล่อยลูกบอลตก

งานเนื่องจากแรงโน้มถ่วง $W_g = F_g \bullet s = mg (y_f - y_i)$

เนื่องจาก $y_f < y_i \Rightarrow y_f - y_i = -|y_f - y_i|$

$$W_g = -|U_f - U_i|$$

หลักการอนุรักษ์พลังงาน

- จากทฤษฎีบทงาน-พลังงาน

$$W_g = K_f - K_i$$

จะได้ว่า

$$K_f - K_i = - |U_f - U_i|$$

$$K_i - K_f = U_f - U_i$$

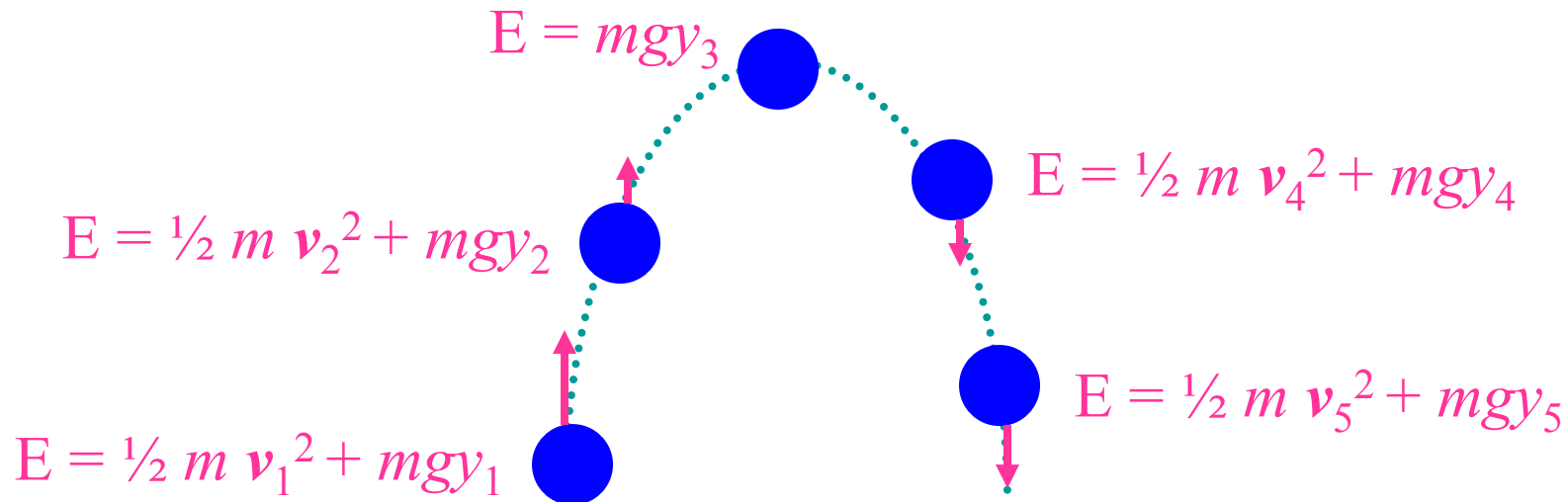
จัดรูปสมการใหม่

$$E \equiv K_i + U_i = K_f + U_f$$

พลังงานกลรวม E

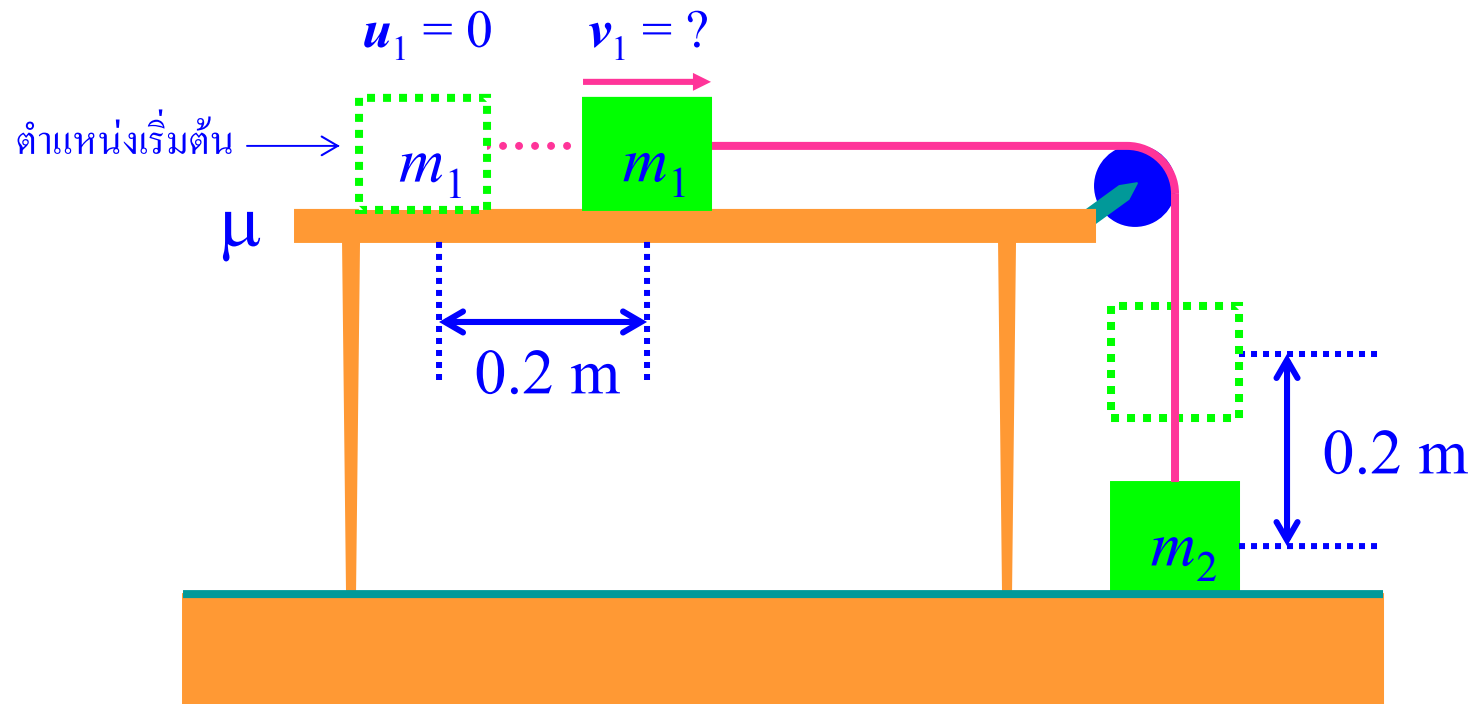
ถ้าไม่มีแรงภายนอกอื่นใดนอกเหนือจากแรงโน้มถ่วง

⇒ พลังงานกลรวม E มีค่าคงที่



ปัญหาตัวอย่างที่ 3

โจทย์



คำถาม: ปัญหาตัวอย่างที่ 3

จากรูป วัตถุ 2 ชิ้น m_1 และ m_2 แต่ละชิ้นมีมวล 1 kg เริ่มต้นจับ m_1 ให้อยู่นิ่งกับที่ หลังจากทีปล่อยให้ m_1 เคลื่อนที่ไปเป็นระยะ 0.2 m

จงหาอัตราเร็วของมวล m_1 ในกรณีดังต่อไปนี้

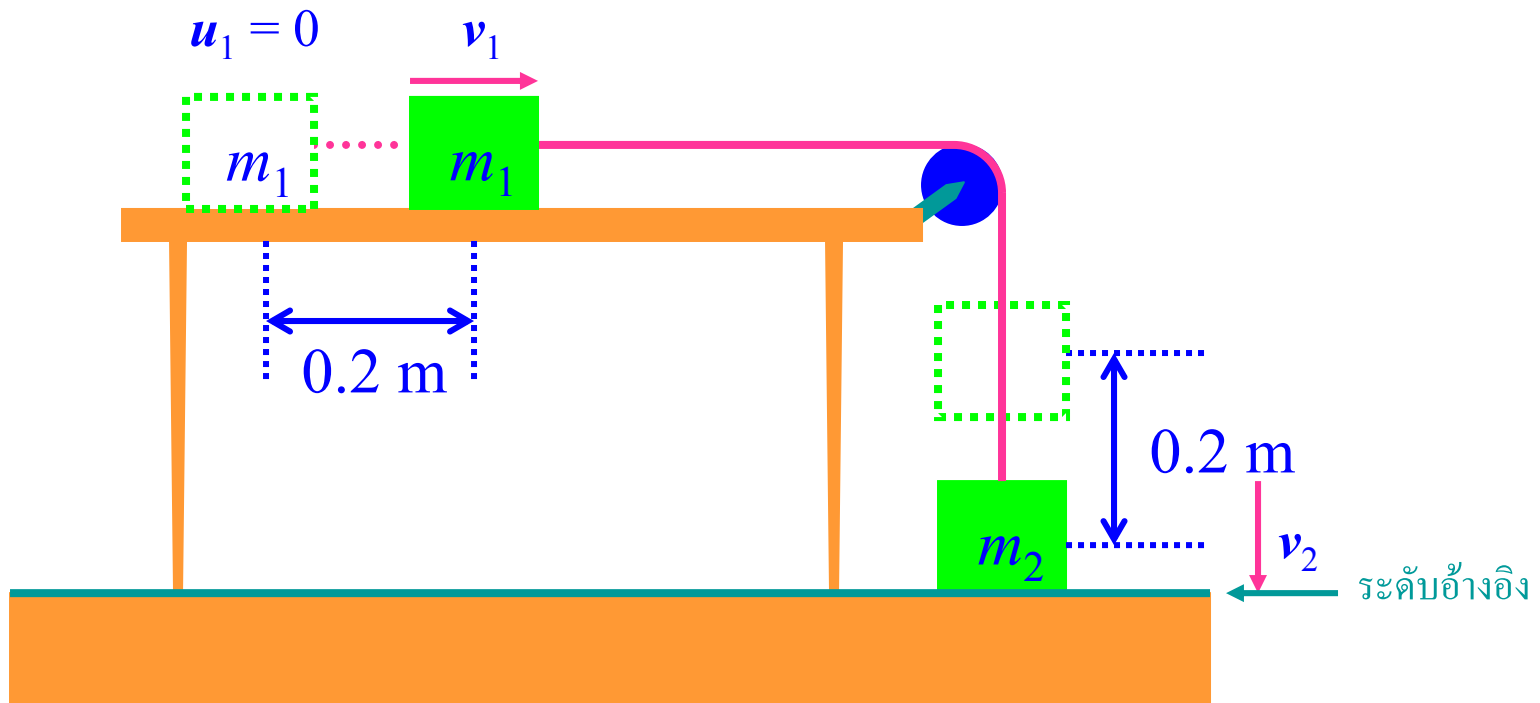
- 1) พื้นโต๊ะไม่เรียบ มีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ $\mu = 0.5$
- 2) พื้นโต๊ะเรียบ สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน $\mu = 0$

กำหนดให้ สนามโน้มถ่วงของโลก $g = 10 \text{ m/s}^2$

สมมติว่า เชือกเบาไม่มีมวลคล้องผ่านรอกที่หมุนได้อย่างอิสระและไม่มีแรงเสียดทานใดๆระหว่างรอกและเชือก

วิธีทำสำหรับตัวอย่างที่ 3

- Q : v_1 เท่ากับ v_2 ใหม่
- A : เท่ากัน เนื่องจากวัตถุทั้งสองติดกันด้วยเชือก



วิธีทำสำหรับตัวอย่างที่ 3

วิธีการแก้ปัญหามี 2 วิธีคือ

1) พิจารณาที่แต่ละวัตถุและใช้กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน

$$T - \mu m_1 g = m_1 a$$

$$m_2 g - T = m_2 a$$

$$\Rightarrow a = (m_2 - \mu m_1)g / (m_1 + m_2)$$

จาก $v^2 = u^2 + 2 a s$

$$v = (2 a h)^{1/2}$$

วิธีทำสำหรับตัวอย่างที่ 3 (ต่อ)

2) ใช้หลักอนุรักษ์พลังงาน

➤ ในกรณีที่ $\mu = 0$

พลังงานศักย์ของ m_2 เปลี่ยนเป็น พลังงานจลน์ของ m_1 และ m_2

$$-m_2g(y_f - y_i) = \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2$$

➤ ในกรณีที่ $\mu = 0.5$

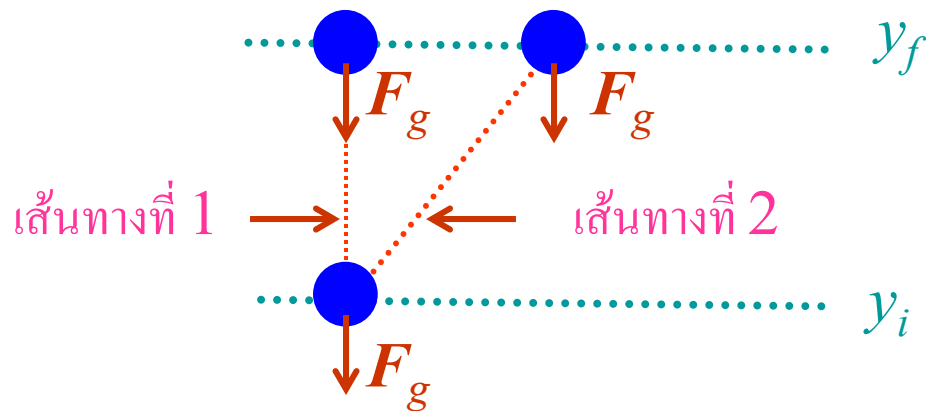
พลังงานศักย์ของ m_2 เปลี่ยนเป็น พลังงานจลน์ของ m_1 และ m_2 และงานเนื่องจากแรงเสียดทานที่ m_1

$$-m_2g(y_f - y_i) = \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2 + \mu m_1gh$$

4.4 แรงอนุรักษ์

- สังเกตว่า พลังงานศักย์ของแรงโน้มถ่วงขึ้นกับระดับความสูง
ไม่ขึ้นกับเส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุ

$$\Delta U = mg (y_f - y_i)$$

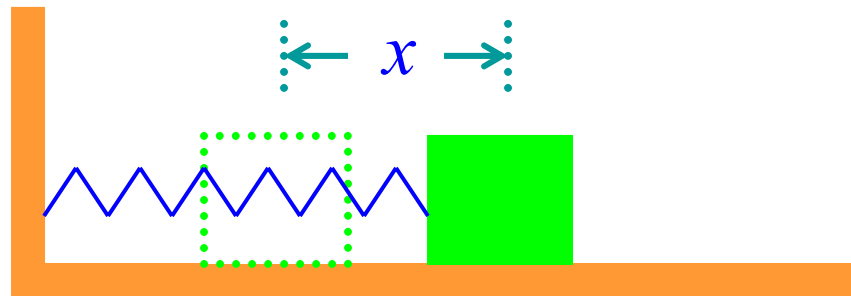


⇒ แรงโน้มถ่วงเป็นแรงอนุรักษ์

4.4 แรงอนุรักษ์ (ต่อ)

แรงของสปริงขึ้นกับระยะจัดของวัตถุจากตำแหน่งสมดุล

$$F = -kx$$



⇒ พลังงานศักย์ของสปริง $U = \frac{1}{2} kx^2$
ขึ้นกับระยะจัด ไม่ขึ้นกับเส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุ

∴ แรงของสปริงเป็นแรงอนุรักษ์

4.4 แรงไม่อนุรักษ์

- งานเนื่องจากแรงขึ้นกับเส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุ เช่น แรงเสียดทาน

⇒ แรงนั้นเรียกว่า แรงไม่อนุรักษ์

4.5 กำลังงาน

- นิยาม กำลังงาน P คือ งานเนื่องจากแรงต่อหน่วยเวลา

$$P = \Delta W / \Delta t$$

หน่วยของกำลัง $1 \text{ W (วัตต์)} = 1 \text{ J/s (จูล/วินาที)}$

ในกรณีที่แรงคงที่ F ทำให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นระยะขจัด Δs

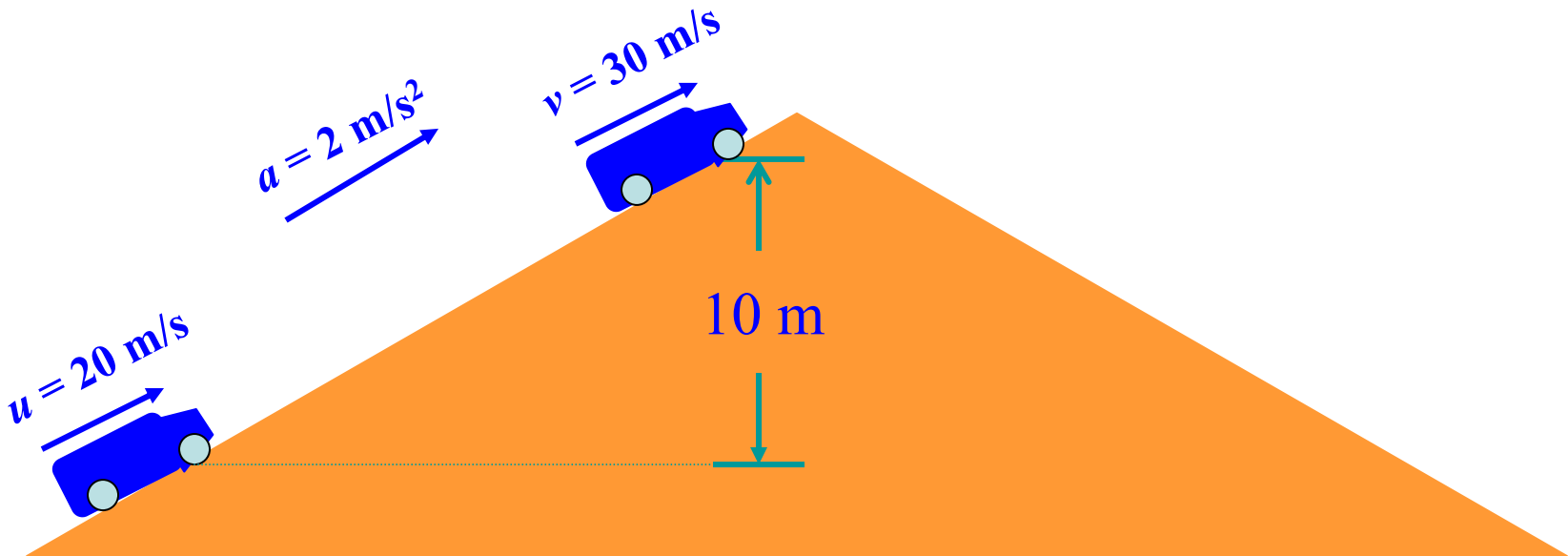
$$\Rightarrow \Delta W = F \bullet \Delta s$$

$$\therefore P = F \bullet (\Delta s / \Delta t) = F \bullet v$$

งาน = แรงคงที่ \bullet ความเร็วเฉลี่ย

ปัญหาตัวอย่างที่ 4

โจทย์ รถบรรทุกมวล 2000 kg วิ่งขึ้นเขาด้วยอัตราเร่ง 2 m/s^2 ดังรูป



จงหาค่าพลังงานของเครื่องยนต์ที่สูญเสียไป

ปัญหาตัวอย่างที่ 4 (ต่อ)

วิธีทำ กำลังงาน $P = \Delta W / \Delta t$

1) หางานของเครื่องยนต์ที่สูญเสียไป ΔW

$\Delta W =$ การเปลี่ยนแปลงของพลังงานศักย์
+ การเปลี่ยนแปลงของพลังงานจลน์

$$\Delta W = mg (y_f - y_i) + \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m u^2$$

$$\Rightarrow \Delta W = 7 \times 10^5 \text{ J}$$

ปัญหาตัวอย่างที่ 4 (ต่อ)

- ที่มาของสมการ

$$\Delta W = \text{การเปลี่ยนแปลงของพลังงานศักย์} + \text{การเปลี่ยนแปลงของพลังงานจลน์}$$

- แรงที่กระทำต่อรถยนต์มาจากแรงของเครื่องยนต์ F_c และแรงเนื่องจากสนามโน้มถ่วงของโลก F_g จากทฤษฎีบทงาน-พลังงานจะได้ว่า

$$W_c + W_g = K_f - K_i = \text{การเปลี่ยนแปลงของพลังงานจลน์}$$

- เนื่องจาก $W_g = -(U_f - U_i) = -$ การเปลี่ยนแปลงของพลังงานศักย์

$$\therefore W_c = (K_f - K_i) + (U_f - U_i)$$

ปัญหาตัวอย่างที่ 4 (ต่อ)

2) หาช่วงเวลา Δt

$$\Delta t = (v - u) / a = 5 \text{ s}$$

$$\Rightarrow P = 7 \times 10^5 \text{ J} / 5 \text{ s} = 140 \text{ kW}$$

$$1 \text{ horsepower (hp)} \equiv 746 \text{ W}$$

$$\therefore 140 \text{ kW} \approx 188 \text{ hp}$$