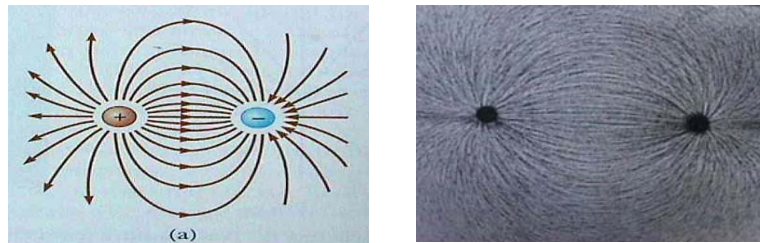


วิธีคำนวณสนามไฟฟ้าอีกวิธีหนึ่งคือการใช้กฎของเกาส์ ก่อนที่จะเข้าใจกฎนี้ จึงต้องรู้จักเส้นแรงไฟฟ้าและฟลักซ์ไฟฟ้าก่อน

3.1 เส้นแรงไฟฟ้า



ภาพที่ 3-1 เส้นแรงไฟฟ้าระหว่างจุดประจุบวกและลบ แสดงได้โดยใช้ผงแท็บทิม

เส้นแรงไฟฟ้าจะบอกถึงภาพรวมของสนามไฟฟ้าในบริเวณใด ๆ การเขียนเส้นแรงไฟฟ้าจะให้ข้อมูลเกี่ยวกับสนามไฟฟ้า กล่าวคือ

1. สนามไฟฟ้าจะมีทิศเดียวกันกับเส้นสัมผัสส่วนโค้ง (Tangent) ของเส้นแรงสนามไฟฟ้า ณ จุดใด ๆ
2. สนามไฟฟ้าจะมีขนาด (หรือความเข้ม) มากในบริเวณที่มีเส้นแรงอยู่หนาแน่น

การวาดเส้นแรงสนามไฟฟ้า เส้นจะเริ่มที่ประจุบวกไปสิ้นสุดที่ประจุลบ หรือออกจากประจุบวกไปยังอนันต์ และเส้นแรงไม่สามารถตัดกันได้

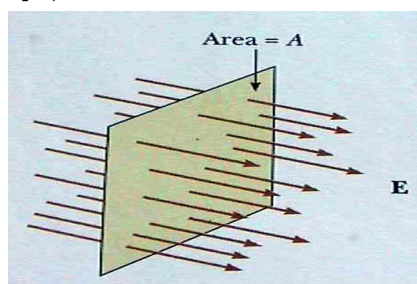
3.2 ฟลักซ์ไฟฟ้า (Electric Flux)

ฟลักซ์ไฟฟ้า เป็นปริมาณที่บอกถึงจำนวนเส้นแรงไฟฟ้าที่ผ่านพื้นที่ หนึ่ง ๆ พิจารณาสถาปัตยกรรมไฟฟ้าสมำเสมอทั้งทิศทางและความเข้ม ผ่านพื้นที่ที่มีขนาด A ดังภาพ นิยามฟลักซ์ไฟฟ้าได้ดังนี้

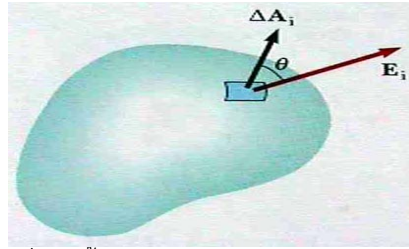
$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos \theta \quad (3-1)$$

โดยที่ A เป็นเวกเตอร์พื้นที่ที่มีทิศตั้งฉากกับระนาบพื้นที่ ในระบบ SI ฟลักซ์ไฟฟ้ามีหน่วยเป็น $N \cdot m^2 / C$

จากสมการ ฟลักซ์ไฟฟ้าก็จะมีค่าสูงสุดในกรณีที่เส้นแรงสนามไฟฟ้าตั้งฉากกับพื้นที่ผิว



ภาพที่ 3-2 เส้นแรงไฟฟ้าที่ผ่านพื้นที่ระนาบ



ภาพที่ 3-3 ฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านพื้นผิวปิดรูปร่างใด ๆ คำนวณโดยการแบ่งผิวปิดเป็นส่วนย่อย

ในกรณีทั่วไป (สนามไฟฟ้าไม่คงที่ หรือมุมระหว่างสนามไฟฟ้ากับเวกเตอร์พื้นที่ไม่คงที่) ต้องแบ่งพื้นที่ผิวของวัตถุออกเป็นแผ่นย่อย ๆ หาฟลักซ์ของพื้นที่ย่อย ๆ แล้วจากนั้นก็ทำการรวมฟลักซ์ของพื้นที่ย่อย ๆ เหล่านี้ทั้งหมด

$$\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad (3-2)$$

ในกรณี การคำนวณฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านผิวปิด จะใช้สัญลักษณ์

$$\Phi = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad (3-3)$$

ตัวอย่างที่ 1: (Serway24.1) Flux Through a Sphere จงคำนวณฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านทรงกลมที่มีรัศมี 1m ที่มีประจุ $+1 \mu\text{C}$ ที่จุดศูนย์กลาง

วิธีทำ : สนามไฟฟ้ากับเวกเตอร์พื้นที่ $d\vec{A}$ มีทิศเดียวกัน $\cos \theta = \cos 0 = 1$

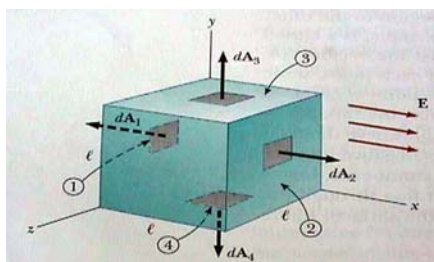
$$\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int E dA \cos \theta = E \int dA = EA$$

$$E = k_e q / r^2 = (8.99 \times 10^9)(1 \times 10^{-6} / 1^2) = 8.99 \times 10^3$$

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi(1^2) = 12.6$$

$$\Phi = (8.99 \times 10^3)(12.6) = 1.13 \times 10^5 \text{ Nm}^2 / \text{C}$$

ตัวอย่างที่ 2: (Serway24.2) Flux Through a cube พิจารณาสถาปัตยกรรมไฟฟ้าสม่ำเสมอ E วางตัวในแนวแกน x ผ่านพื้นผิวของกล่องที่มีขนาด ℓ ดังภาพ จงคำนวณฟลักซ์ไฟฟ้ารวมที่ผ่านกล่องนี้



ภาพที่ 3-4 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 2

วิธีทำ : แบ่งกล่องออกเป็น 6 ส่วน ตามด้านของกล่อง จะพบว่าที่สี่ด้านของกล่อง (ด้านหน้า ด้านหลัง ด้านบนและด้านล่าง) สนามไฟฟ้าจะตั้งฉากกับเวกเตอร์พื้นที่ หมายความว่า ผลคูณสเกลาร์มีค่าเป็น 0 เหลือเพียงด้านซ้ายและขวา

$$\Phi = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_1 \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_2 \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\int_1 \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_1 E dA \cos 180^\circ = E \int_1 dA = -EA = -E\ell^2$$

$$\int_2 \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_2 E dA \cos 0^\circ = E \int_2 dA = EA = E\ell^2$$

ดังนั้นฟลักซ์ไฟฟ้ารวมที่ผ่านกล่องนี้มีค่าเป็นศูนย์

3.3 กฎของเกาส์

กฎของเกาส์ใช้คำนวณสนามไฟฟ้า โดยเฉพาะกรณีระบบประจุที่มีความสมมาตรสูง

$$\Phi_c = \iiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \quad (3-4)$$

“ฟลักซ์ไฟฟ้าสุทธิผ่านพื้นผิวปิดใด ๆ มีค่าเท่ากับประจุสุทธิในพื้นที่ผิวนั้น ๆ ทหารด้วยค่า Permittivity ของ Free Space”

กฎของเกาส์เป็นการเชื่อมโยง ฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านพื้นผิวปิดกับประจุที่อยู่ภายใน พื้นผิวปิดนี้มีชื่ออีกอย่างว่า ผิวของเกาส์ (Gaussian Surface) ผิวของเกาส์เป็นพื้นผิวสมมติ ไม่จำเป็นต้องเป็นผิวเดียวกับวัตถุใด ๆ ผิวของเกาส์สามารถสร้างได้หลายรูปแบบ แต่เพื่อช่วยให้สามารถคำนวณหาสนามไฟฟ้าได้ ต้องสร้างให้ล้อมประจุที่สนใจ, ผ่านจุดที่ต้องการหาสนามไฟฟ้า และให้เวกเตอร์พื้นที่ทำมุมง่าย ๆ (0 หรือ 90 องศา) กับทิศสนามไฟฟ้า

ในทางทฤษฎี กฎของเกาส์ สามารถนำไปประยุกต์ใช้คำนวณสนามไฟฟ้าจากระบบของประจุ ไม่ว่าจะป็นรูปทรงใด ๆ ทุกรูปก็ตาม ในทางปฏิบัติ วิธีของเกาส์จะใช้ได้อย่างสะดวกก็ต่อเมื่อรูปทรงนั้น ๆ มีสมมาตรอย่างหนึ่งอย่างใดอยู่ เช่น ทรงกลม ทรงกระบอก

ตัวอย่างที่ 3: (Serway24.4) สนามไฟฟ้าเนื่องจากจุดประจุ จงใช้กฎของเกาส์เพื่อคำนวณหา สนามไฟฟ้า ที่รัศมี r ห่างจากจุดประจุ

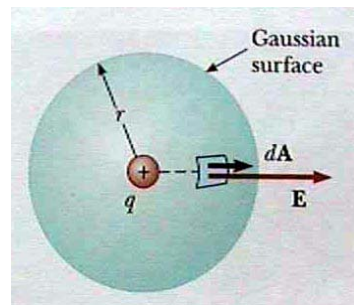
วิธีทำ : สร้างผิวของเกาส์เป็นทรงกลมรัศมี r ล้อมรอบจุดประจุ

$$\iiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\iiint E dA \cos \theta = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \iiint dA = E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

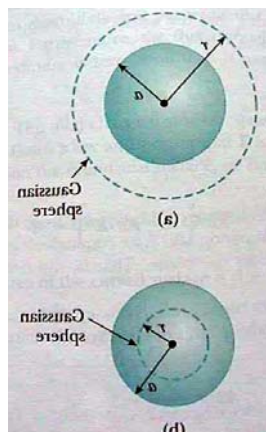
$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = k_e \frac{q}{r^2}$$



ภาพที่ 3-5 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 3

ตัวอย่างที่ 4: (Serway24.5) ทรงกลม ที่มีประจุกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอ อนุพันธ์ไฟฟ้า ทรงกลมรัศมี a มีประจุ Q กระจายตัวอยู่ภายใน อย่างสม่ำเสมอ จงคำนวณสนามไฟฟ้าที่ระยะห่างจากศูนย์กลางเป็น r ในกรณี

- สนามไฟฟ้าภายนอกทรงกลม ($r > a$)
- สนามไฟฟ้าภายในทรงกลม ($r < a$)



ภาพที่ 3-6 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 4

วิธีทำ :

(a) กรณีสนามไฟฟ้าภายนอก ($r > a$) สร้างผิวของเกาส์เป็นทรงกลมมีรัศมี r และประยุกต์ใช้กฎของเกาส์ จะได้

$$E = \frac{q_{in}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

(b) กรณีสนามไฟฟ้าภายใน ($r < a$) สร้างผิวของเกาส์เป็นทรงกลมมีรัศมี r

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E \oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$q_{in} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi a^3} Q = \frac{r^3}{a^3} Q$$

$$E = \frac{q_{in}}{4\pi r^2 \epsilon_0} = \frac{1}{4\pi r^2 \epsilon_0} \frac{r^3}{a^3} Q = \frac{Qr}{4\pi\epsilon_0 a^3}$$

พบว่าความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของไฟฟ้า กับระยะทางต่างกันไปใน 2 กรณี

- เมื่อ $r < a$ E แปรผันตรงกับ r เป็นสมการเส้นตรง
- เมื่อ $r > a$ E ลดลงตาม r

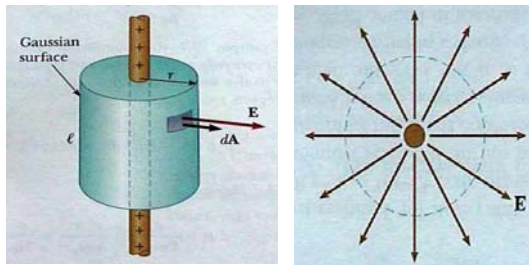
ตัวอย่างที่ 5: (Serway24.7) สนามไฟฟ้าจากแท่งที่มีประจุ แท่งฉนวนไฟฟ้ายาวอนันต์ มีประจุ Q กระจายตัวอยู่ในอย่างสม่ำเสมอ จงคำนวณสนามไฟฟ้าที่ระยะห่างจากแกนกลางเป็นระยะ r

วิธีทำ : สร้างผิวของเกาส์เป็นทรงกระบอกรัศมี r ยาว l ครอบแท่งไว้ พบว่าสนามไฟฟ้าในแนวตั้งหักล้างกันหมด

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E \oint dA = E(2\pi r l) = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$



ภาพที่ 3-7 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 5

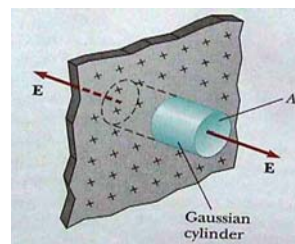
ตัวอย่างที่ 6: (Serway24.8) สนามไฟฟ้าจากแผ่นระนาบที่มีประจุ แผ่นฉนวนขนาดอนันต์มีประจุกระจายอยู่สม่ำเสมอ ด้วยความหนาแน่น σ จงคำนวณสนามไฟฟ้าที่ระยะห่างจากแผ่นเป็นระยะ r

วิธีทำ : สร้างพื้นผิวของเกาส์เป็นทรงกระบอก พื้นทีหน้าตัดเป็น A ฟลักซ์จะผ่านสองด้านดังแสดงในภาพ

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$2EA = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



ภาพที่ 3-8 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 6

หนังสืออิเล็กทรอนิกส์	
ฟิสิกส์ 1(ภาคกลศาสตร์(ฟิสิกส์ 1 (ความร้อน)
ฟิสิกส์ 2	กลศาสตร์เวกเตอร์
โลหะวิทยาฟิสิกส์	เอกสารคำสอนฟิสิกส์ 1
ฟิสิกส์ 2 (บรรยาย(แก้ปัญหาฟิสิกส์ด้วยภาษา C
ฟิสิกส์พิศวง	สอนฟิสิกส์ผ่านทางอินเทอร์เน็ต
ทดสอบออนไลน์	วิดีโอการเรียนการสอน
หน้าแรกในอดีต	แผ่นใสการเรียนการสอน
เอกสารการสอน PDF	กิจกรรมการทดลองทางวิทยาศาสตร์
แบบฝึกหัดออนไลน์	สุดยอดสิ่งประดิษฐ์
การทดลองเสมือน	
บทความพิเศษ	ตารางธาตุ)ไทย1) 2 (Eng)
พจนานุกรมฟิสิกส์	ลับสมองกับปัญหาฟิสิกส์
ธรรมชาติมหัศจรรย์	สูตรพื้นฐานฟิสิกส์
การทดลองมหัศจรรย์	ดาราศาสตร์ราชมงคล
แบบฝึกหัดกลาง	
แบบฝึกหัดโลหะวิทยา	แบบทดสอบ
ความรู้รอบตัวทั่วไป	อะไรเอ่ย ?
ทดสอบ)เกมเศรษฐี(คดีปริศนา
ข้อสอบเอนทรานซ์	เฉลยกลศาสตร์เวกเตอร์
คำศัพท์ประจำสัปดาห์	
ความรู้รอบตัว	
การประดิษฐ์ของโลก	ผู้ได้รับโนเบลสาขาฟิสิกส์
นักวิทยาศาสตร์เทศ	นักวิทยาศาสตร์ไทย
ดาราศาสตร์พิศวง	การทำงานของอุปกรณ์ทางฟิสิกส์
การทำงานของอุปกรณ์ต่าง ๆ	

 การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ 1 ผ่านทางอินเทอร์เน็ต 	
1. การวัด	2. เวกเตอร์
3. การเคลื่อนที่แบบหนึ่งมิติ	4. การเคลื่อนที่บนระนาบ
5. กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน	6. การประยุกต์กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน
7. งานและพลังงาน	8. การดลและโมเมนตัม
9. การหมุน	10. สมดุลของวัตถุแข็งเกร็ง
11. การเคลื่อนที่แบบคาบ	12. ความยืดหยุ่น
13. กลศาสตร์ของไหล	14. ปริมาณความร้อน และ กลไกการถ่ายโอนความร้อน
15. กฎข้อที่หนึ่งและสองของเทอร์โมไดนามิก	16. คุณสมบัติเชิงโมเลกุลของสสาร
17. คลื่น	18. การสั่น และคลื่นเสียง
 การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ 2 ผ่านทางอินเทอร์เน็ต 	
1. ไฟฟ้าสถิต	2. สนามไฟฟ้า
3. ความกว้างของสายฟ้า	4. ตัวเก็บประจุและการต่อตัวต้านทาน
5. ศักย์ไฟฟ้า	6. กระแสไฟฟ้า
7. สนามแม่เหล็ก	8. การเหนี่ยวนำ
9. ไฟฟ้ากระแสสลับ	10. ทรานซิสเตอร์
11. สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและเสาอากาศ	12. แสงและการมองเห็น
13. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ	14. กลศาสตร์ควอนตัม
15. โครงสร้างของอะตอม	16. นิวเคลียร์
 การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ทั่วไป ผ่านทางอินเทอร์เน็ต 	
1. จลศาสตร์ (kinematic)	2. จลพลศาสตร์ (kinetics)
3. งานและโมเมนตัม	4. ซิมเปิลฮาร์โมนิก คลื่น และเสียง
5. ของไหลกับความร้อน	6. ไฟฟ้าสถิตกับกระแสไฟฟ้า
7. แม่เหล็กไฟฟ้า	8. คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ากับแสง
9. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ อะตอม และนิวเคลียร์	

