

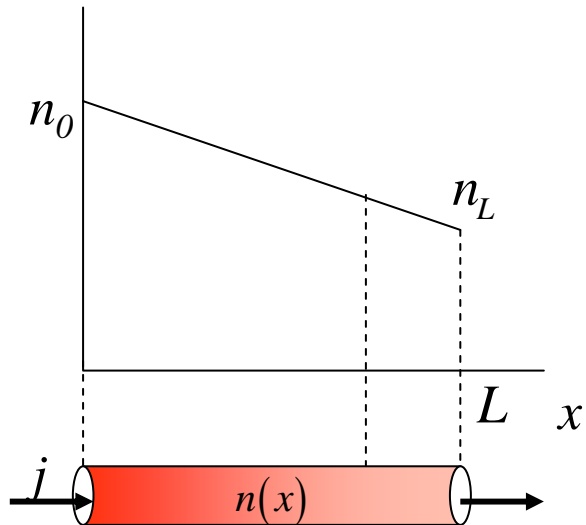
# สรุปครั้งที่แล้ว

สมการการฟุ้ง

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

การไหลแบบคงตัว

$$\frac{\partial n}{\partial t} = 0$$



$$n(x) = -\frac{j}{D}x + n_0$$

$$j = D \frac{n_0 - n_L}{L}$$

คงที่

# ทฤษฎีโมเลกุลของการฟุ้ง

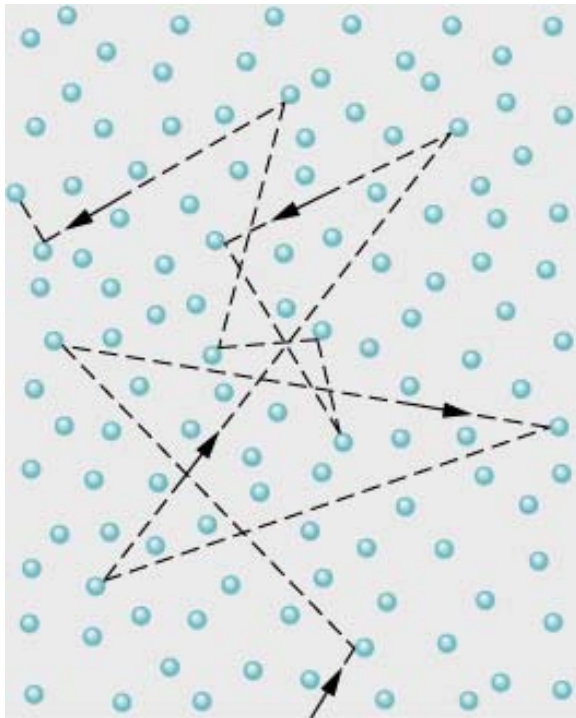
ในการพิจารณาสมการการฟุ้งที่ผ่านมา เราใช้เพียงคุณสมบัติระดับมหภาคของระบบ คือ ความเข้มข้น โดยยังไม่ได้พิจารณาในระดับจุลภาค หรือ คุณสมบัติในระดับโมเลกุลของสสาร เช่น อัตราเร็วเฉลี่ยของแต่ละโมเลกุล มวลของแต่ละโมเลกุล ฯลฯ

ในต่อไปนี้จะพบว่าค่าสัมประสิทธิ์การฟุ้ง  $D$  สามารถเขียนในรูปของคุณสมบัติในระดับโมเลกุลที่กล่าวไปแล้วข้างต้น

แต่ก่อนที่จะพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์การฟุ้ง เราจะพิจารณาข้อมูลสำคัญอย่างหนึ่งคือ ระยะทางอิสระเฉลี่ย หรือ mean free path ของแต่ละโมเลกุล

# เส้นทางอิสระเฉลี่ย (Mean Free Path)

เส้นทางอิสระเฉลี่ย หรือ Mean free path คือระยะทางเฉลี่ยที่โมเลกุลสามารถเคลื่อนที่ได้ก่อนที่จะชนกับโมเลกุลอื่น ใช้สัญลักษณ์ว่า  $\lambda$

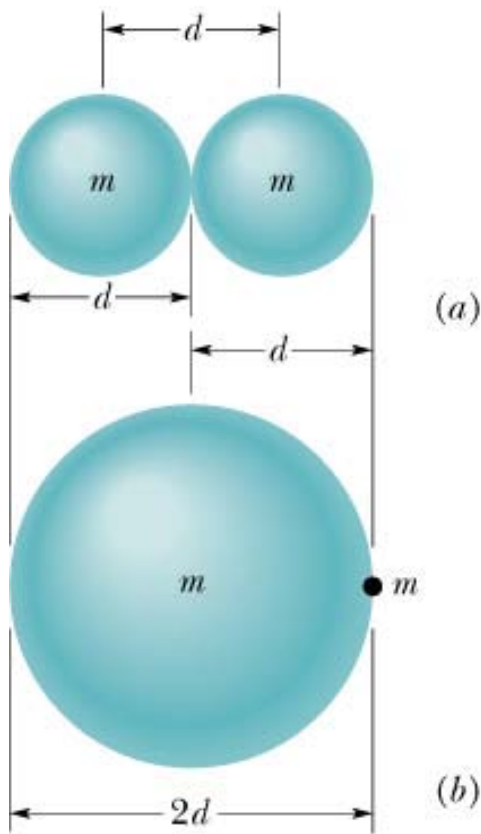


โดย

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 N/V}$$

ซึ่งจะเห็นว่าเส้นทางอิสระเฉลี่ยจะแปรผกผันกับ  
ความหนาแน่นโมเลกุล  $N/V$   
และแปรผกผันกับขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลาง  
ของโมเลกุล  $d$  ยกกำลังสอง

ในการพิสูจน์ความสัมพันธ์ข้างต้นเราอาจพิจารณาการเคลื่อนที่ของโมเลกุลก๊าซ  
เพียงโมเลกุลเดียว โดยสมมติว่าโมเลกุลอื่นหยุดนิ่ง แต่ละโมเลกุลแทนด้วยทรง  
กลมซึ่งมีรัศมี  $d/2$

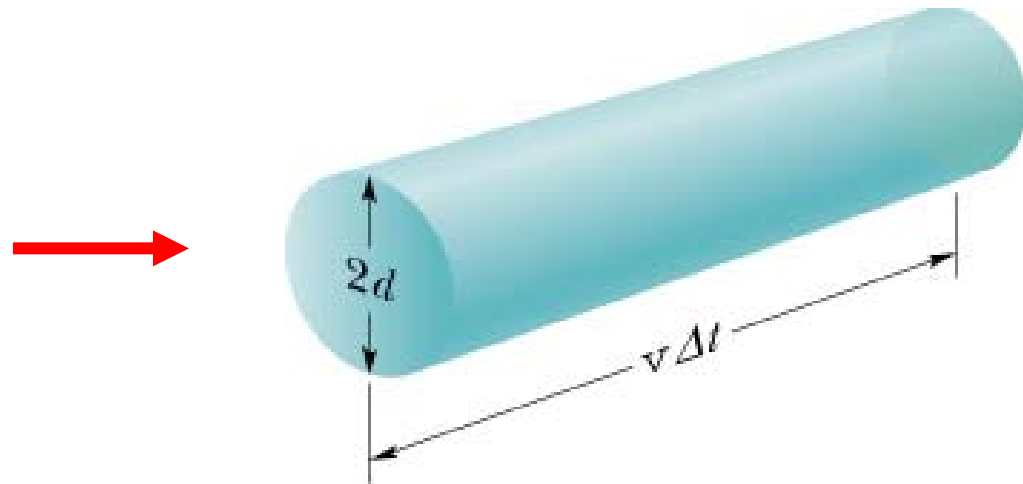
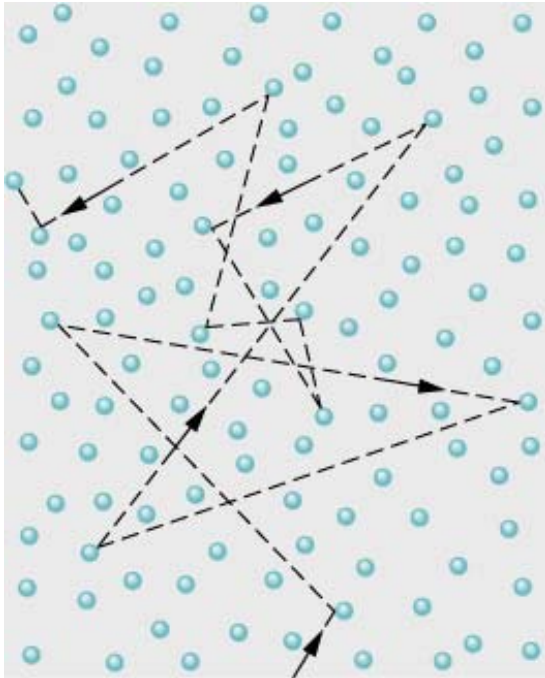


การชนของโมเลกุลคู่หนึ่งๆ จะเกิดขึ้นเมื่อ ศูนย์กลางมวล  
ของโมเลกุลทั้งสองอยู่ห่างกันเท่ากับ  $d$  ดังรูป (a)

เพื่อความสะดวกในการคำนวณเราอาจจะคิดว่าการชน  
ในรูป (a) เหมือนกับการชนในรูป (b) โดยพิจารณาว่า  
เป็นการชนของโมเลกุลทรงกลมรัศมี  $d$  กับอีกโมเลกุล  
ซึ่งมีลักษณะเป็นจุด (C.M. ของทั้งคู่จะอยู่ห่างกันเป็น  
ระยะทาง  $d$  เท่ากัน)

เราจะแทนการเคลื่อนที่แบบซิกแซกไปมาของโมเลกุล  
ก๊าซ ด้วยการเคลื่อนที่ของทรงกระบอกรัศมี  $d$

เนื่องจากเราแทนการเคลื่อนที่ซิกแซกของโมเลกุลด้วยการเคลื่อนที่ของทรงกลมรัศมี  $d$  ในช่วงเวลา  $\Delta t$  มันจะเคลื่อนที่ได้ระยะทาง  $v\Delta t$   
เมื่อ  $v$  คืออัตราเร็วของโมเลกุล



ปริมาตรที่โมเลกุลนี้กวาดไปขณะเคลื่อนที่จะเท่ากับ

$$\Delta V = (\pi d^2)(v\Delta t)$$

จำนวนครั้งของการชนระหว่างโมเลกุลของก๊าซ จะมีค่าขึ้นอยู่กับจำนวนโมเลกุลที่อยู่ในปริมาตร  $\Delta V$  โดยถ้าเราให้  $N/V$  เป็นจำนวนโมเลกุลต่อปริมาตร จะได้ว่าจำนวนโมเลกุลทั้งหมดในปริมาตร  $\Delta V$  คือ

$$\frac{N}{V} (\pi d^2) (v \Delta t)$$

ซึ่งค่า mean free path สามารถคำนวณได้จาก

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\text{ระยะทางที่โมเลกุลวิ่งได้ในช่วงเวลา } \Delta t}{\text{จำนวนครั้งที่เกิดการชนในช่วงเวลา } \Delta t} \\ &= \frac{v \Delta t}{\frac{N}{V} (\pi d^2) (v \Delta t)} = \frac{1}{\pi d^2 \frac{N}{V}} \end{aligned}$$

แต่ในการพิจารณาเราสมมติให้โมเลกุลอื่นๆหยุดนิ่ง ซึ่งในความเป็นจริงแล้ว  
ทุกๆ โมเลกุลมีการเคลื่อนที่อยู่ตลอดเวลา ซึ่งเมื่อกำหนดถึงผลในส่วนนี้จะได้ว่า

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 N/V}$$

สังเกต factor root 2 ที่ได้มาจากการพิจารณาการเคลื่อนที่สัมพัทธ์  
ของแต่ละโมเลกุล

## ตัวอย่าง

ก) จงหา Mean free path ของโมเลกุลก๊าซออกซิเจนที่อุณหภูมิ 300 เคลวิน และมีความดัน เท่ากับ 1.0 atm สมมติความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางโมเลกุลเท่ากับ 290 pm

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 N/V} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P} \\ &= \frac{(1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(300\text{K})}{\sqrt{2}\pi (2.9 \times 10^{-10} \text{ m})^2 (1.01 \times 10^5 \text{ Pa})} \\ &= 1.1 \times 10^{-7} \text{ m}\end{aligned}$$

ใช้กฎของก๊าซ  $PV = NkT$

$$1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}$$

$$1 \text{ atm} = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$$



ข) จากข้อ ก) สมมติว่าอัตราเร็วเฉลี่ยของโมเลกุลออกซิเจนมีค่าเท่ากับ 450 เมตรต่อวินาที จงคำนวณหาระยะเวลาโดยเฉลี่ยระหว่างการชนกันแต่ละครั้งของโมเลกุลก๊าซ

วิธีทำ จาก  $t = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{อัตราเร็ว}}$  จะได้ว่า

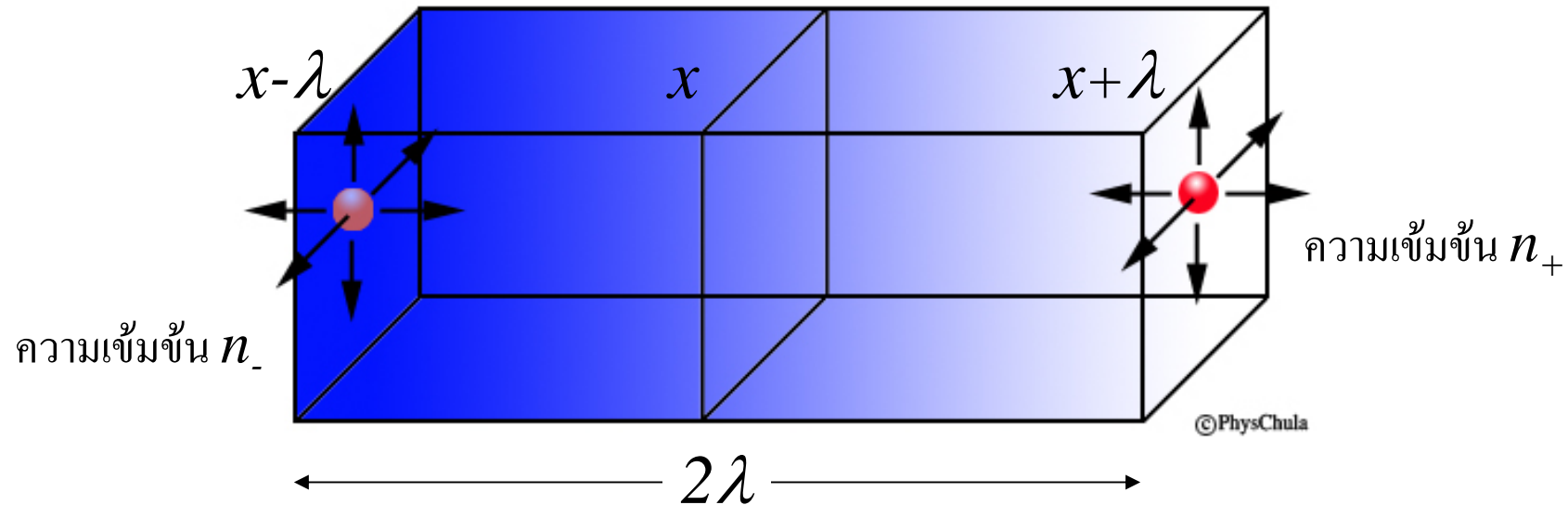
$$t = \frac{\lambda}{v} = \frac{1.1 \times 10^{-7} \text{ m}}{450 \text{ m/s}} = 2.44 \times 10^{-10} \text{ s} = 0.24 \text{ ns} \quad \text{ตอบ}$$

ค) จงหาอัตราการชนของโมเลกุล (หรือความถี่ของการชนของโมเลกุล)

$$f = \frac{1}{t} = \frac{1}{2.44 \times 10^{-10} \text{ s}} = 4.1 \times 10^9 \text{ s}^{-1} \quad \text{ตอบ}$$

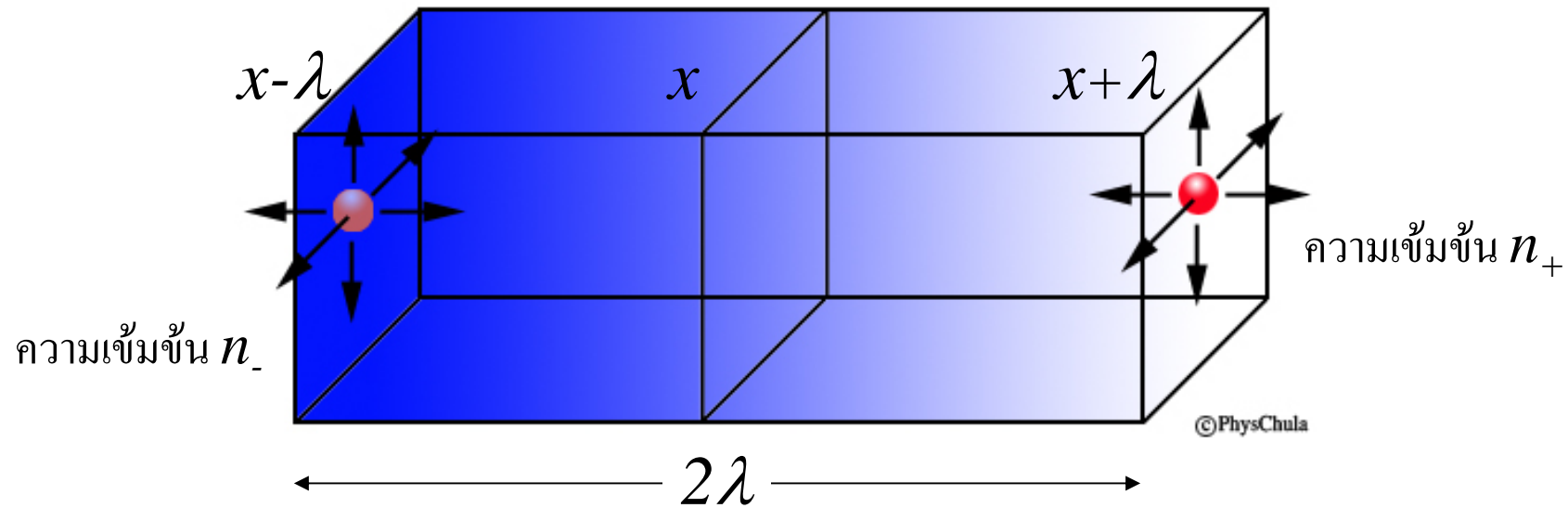
ซึ่งหมายความว่าโดยเฉลี่ยแล้วโมเลกุลของก๊าซออกซิเจนจะชนกับโมเลกุลตัวอื่น 4,000 ล้านครั้งต่อหนึ่งวินาที

# ค่าสัมประสิทธิ์การฟุ้งจากทฤษฎีโมเลกุล



พิจารณาการเคลื่อนที่ของโมเลกุลผ่านผนังที่ตำแหน่ง  $x$  ถ้าให้  $n_-$  และ  $n_+$  เป็นความเข้มข้นของโมเลกุลบริเวณพื้นที่หน้าตัดที่ตำแหน่ง  $x - \lambda$  และ  $x + \lambda$  ตามลำดับ โดยที่  $\lambda$  คือ Mean free path ของโมเลกุล และเราจะกำหนดให้

$$n_- < n_+$$



ในสามมิติ โมเลกุลมีโอกาสเคลื่อนที่ได้ 6 ทิศทางคือ  $+x$ ,  $-x$ ,  $+y$ ,  $-y$ ,  $+z$  และ  $-z$   
 ดังนั้น ที่ตำแหน่ง  $x-\lambda$  จำนวนโมเลกุลต่อปริมาตรที่จะเคลื่อนที่ไปทางทิศ  $+x$

จะมีทั้งหมด  $n_-/6$

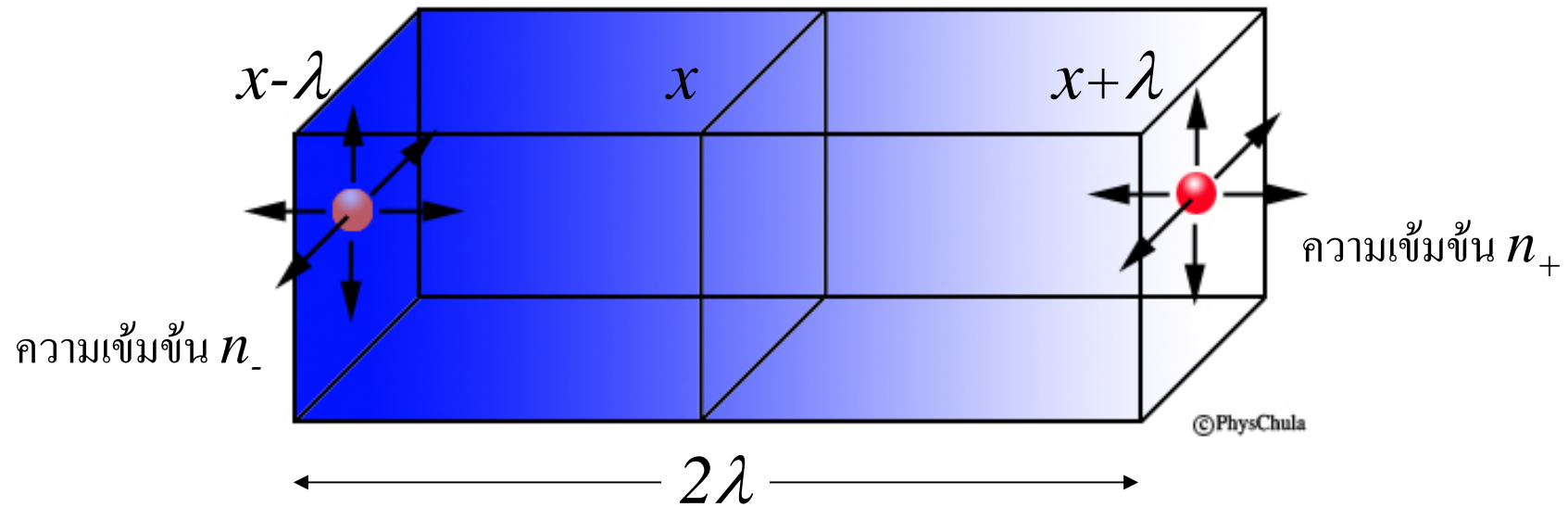
ที่ตำแหน่ง  $x+\lambda$  จำนวนโมเลกุลต่อปริมาตรที่จะเคลื่อนที่ไปทางทิศ  $-x$

จะมีทั้งหมด  $n_+/6$

ความหนาแน่นกระแสโมเลกุล  $j$  คือ จำนวนโมเลกุลลัพธ์ที่ไหลผ่านผนัง  $x$  ไปตามทิศ  $+x$

ใน 1 หน่วยเวลาคือ

$$j = \frac{n_-}{6} v - \frac{n_+}{6} v = \frac{v}{6} (n_- - n_+)$$



จากนิยามของอนุพันธ์ อนุพันธ์ของ  $n$  ที่ตำแหน่ง  $x$  หาได้จาก

$$\frac{\partial n}{\partial x} = \frac{n_+ - n_-}{2\lambda} \rightarrow n_- - n_+ = -2\lambda \frac{\partial n}{\partial x}$$

เปรียบเทียบกับสมการเมื่อครูเราจะได้ว่า

$$j = -\frac{v\lambda}{3} \frac{\partial n}{\partial x}$$

เมื่อเทียบกับกฎของฟิคค์จะได้ว่า สัมประสิทธิ์การฟุ้งของโมเลกุลเขียนได้เป็น

$$D = \frac{1}{3} v \lambda$$

ซึ่งจะขึ้นกับอัตราเร็วเฉลี่ยของโมเลกุล และ ค่าระยะทางอิสระเฉลี่ย แต่เนื่องจาก

$$v_{\text{avg}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad \text{และ} \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 N/V} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$$

เมื่อนำไปแทนค่าเราจะพบว่า

$$D \propto T^{3/2}$$

เมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น ก๊าซจะฟุ้งได้มากขึ้น !

# ความหนืดของของไหล

ขณะที่ของไหลมีการเคลื่อนที่ แต่ละโมเลกุลของของไหลก็มีการเคลื่อนที่ชนกันไปมาตลอดเวลาด้วยทิศทางที่ไม่แน่นอน การเคลื่อนที่เหล่านี้เองที่ส่งผลต้านการเคลื่อนที่ทำให้ของไหลให้เคลื่อนที่ช้าลง หรือทำให้เกิดความหนืด (viscosity) ขึ้นในของไหล

ความหนืดเกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่สองอย่าง

- การเคลื่อนที่แบบบราวน์ของโมเลกุล
- การเคลื่อนที่ของมวลของของไหล

ต่างกับกรณีของการฟุ้ง ซึ่งเกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่แบบบราวน์เท่านั้น ไม่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของมวลของของไหล

# การฟุ้ง V.S ความหนืดของของไหล

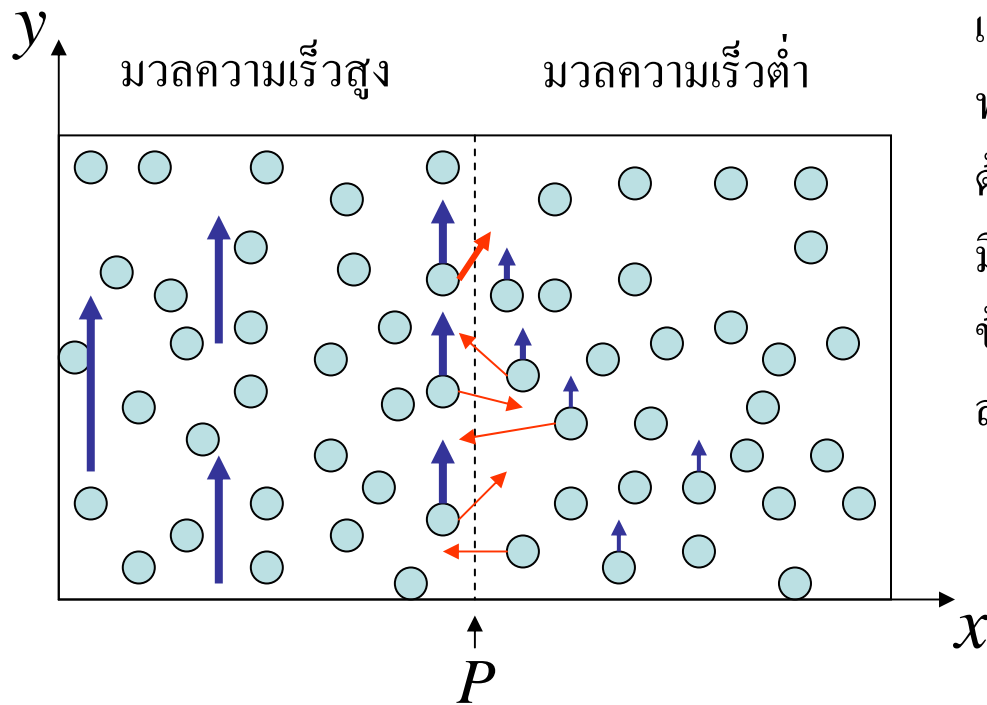
การฟุ้งและความหนืดของของไหลเป็นตัวอย่างของปรากฏการณ์ขนส่ง หรือ Transport phenomena

การฟุ้ง เป็นการส่งผ่านมวล ภายในระบบ (จากส่วนหนึ่งไปอีกส่วนหนึ่ง)  
ความหนืด เป็นการส่งผ่านโมเมนตัม ภายในระบบ

นอกจากนี้ยังมี การนำความร้อน ซึ่งเป็นการส่งผ่านพลังงาน (ความร้อน) ภายในระบบ

เนื่องจากเวลาอันจำกัด ในวิชานี้เราจะข้ามเรื่องการนำความร้อน

พิจารณาของไหลซึ่งกำลังเคลื่อนที่ไปตามแกน  $y$  ด้วยความเร็ว  $v_y$  โดยความเร็วที่ตำแหน่งต่างๆ ในแกน  $x$  มีค่าต่างกันดังรูป  $P$  เป็นแนวผนังสมมุติ ซึ่งตั้งฉากกับแกน  $x$  ให้การไหลทางด้านซ้ายของผนัง  $P$  มีขนาดความเร็วสูงกว่าขนาดความเร็วของการไหลทางด้านขวา  
 ขณะที่ของไหลเคลื่อนที่ไปตามแกน  $y$  แต่ละโมเลกุลของๆไหล ก็มีการเคลื่อนที่ไปมาด้วยทิศทางที่ไม่แน่นอน ดังนั้นโมเลกุลของๆไหลมีโอกาที่จะข้ามไปมาระหว่างแนวผนัง  $P$  ได้



เนื่องจากโมเลกุลด้านซ้ายมีความเร็วมากกว่า โมเลกุลทางด้านขวา การที่โมเลกุลทางด้านซ้ายข้ามไปทางด้านขวา ทำให้โมเมนตัมตามแนวแกน  $y$  ทางด้านขวามีค่าเพิ่มขึ้น ในขณะเดียวกัน การที่โมเลกุลด้านขวาข้ามไปด้านซ้าย ทำให้โมเมนตัมตามแกน  $y$  ทางซ้ายลดลง

เกิดการส่งผ่านโมเมนตัมจากซ้ายไปขวาตามแนวแกน  $x$  โดยกระแสนุภาคสุทธานที่เคลื่อนผ่าน  $P$  เป็นศูนย์



ให้  $j_p$  เป็นความหนาแน่นกระแสโมเมนตัม คือ โมเมนตัมตามแกน  $y$  ที่ถูกส่งผ่านพื้นที่หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับทิศการเปลี่ยนแปลงความเร็ว (แกน  $x$ ) ของๆไหลในเวลา 1วินาที โดย  $j_p$  มีหน่วยเป็น กิโลกรัม-เมตร<sup>-1</sup>-วินาที<sup>-2</sup> จากการทดลองพบว่า

$$j_p = -\eta \frac{\partial v_y}{\partial x}$$

กฎของการไหลที่มีความหนืด  
Law of viscous flow

เมื่อ  $\eta$  คือ สัมประสิทธิ์ความหนืด มีหน่วยเป็น นิวตัน-วินาที-เมตร<sup>-2</sup> หรือ ปอยส์ (poise) โดยที่ 1 poise = 0.1 Nsm<sup>-1</sup> ค่าสัมประสิทธิ์ความหนืดเป็นค่าคงที่เฉพาะของของไหล

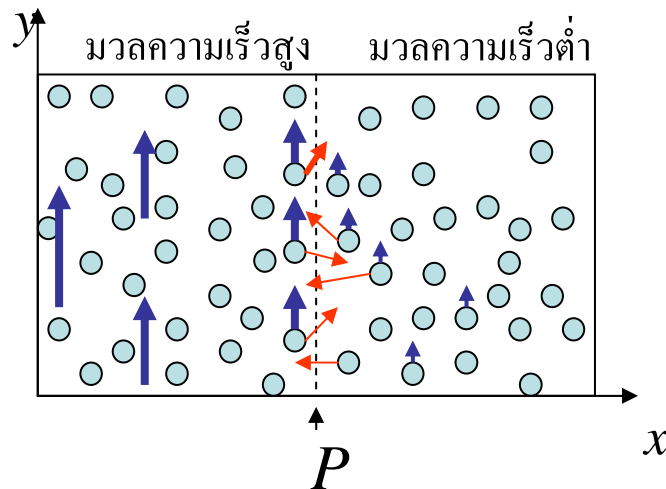
สังเกตว่าสมการกฎของการไหลที่มีความหนืด มีรูปแบบเดียวกันกับ กฎของฟิคค์ ในเรื่องการฟุ้งของโมเลกุล

# แรงหนืด (Viscous force) และ ความเค้นเฉือน

เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมย่อมมีแรงเข้ามาเกี่ยวข้อง

โมเมนตัมทางด้านขวามีอัตราเพิ่มขึ้น นั่นคือ มีแรงที่กระทำต่อของไหลทางขวาในทิศทาง  $+y$

โมเมนตัมทางด้านซ้ายมีอัตราลดลง นั่นคือ มีแรงที่กระทำต่อของไหลทางขวาในทิศทางตรงกันข้ามคือ  $-y$



แรงที่เกิดขึ้นนี้มีชื่อว่าแรงหนืด (Viscous force) เกิดขึ้นทั่วพื้นที่หน้าตัดของของไหลซึ่งตั้งฉากกับแกน  $x$  และขนาดก็แปรตาม  $yz$

แรงกระทำนี้ทำให้เกิดความเค้นเฉือนในผิวของๆไหล ค่าความเค้นเฉือนมีขนาดเท่ากับแรงกระทำต่อหน่วยพื้นที่ๆขนานกับแรง ซึ่งเมื่อพิจารณาแล้วจะได้ว่า

$$\text{ความเค้นเฉือน} = \tau = j_p$$

<b>หนังสืออิเล็กทรอนิกส์</b>	
ฟิสิกส์ 1(ภาคกลศาสตร์(	ฟิสิกส์ 1 (ความร้อน)
ฟิสิกส์ 2	กลศาสตร์เวกเตอร์
โลหะวิทยาฟิสิกส์	เอกสารคำสอนฟิสิกส์ 1
ฟิสิกส์ 2 (บรรยาย(	แก้ปัญหาฟิสิกส์ด้วยภาษา C
ฟิสิกส์พิศวง	สอนฟิสิกส์ผ่านทางอินเทอร์เน็ต
ทดสอบออนไลน์	วิดีโอการเรียนการสอน
หน้าแรกในอดีต	แผ่นใสการเรียนการสอน
เอกสารการสอน PDF	กิจกรรมการทดลองทางวิทยาศาสตร์
แบบฝึกหัดออนไลน์	สุดยอดสิ่งประดิษฐ์
<b>การทดลองเสมือน</b>	
บทความพิเศษ	ตารางธาตุไทย1) 2 (Eng)
พจนานุกรมฟิสิกส์	ลับสมองกับปัญหาฟิสิกส์
ธรรมชาติมหัศจรรย์	สูตรพื้นฐานฟิสิกส์
การทดลองมหัศจรรย์	ดาราศาสตร์ราชมงคล
<b>แบบฝึกหัดกลาง</b>	
แบบฝึกหัดโลหะวิทยา	แบบทดสอบ
ความรู้รอบตัวทั่วไป	อะไรเอ่ย ?
ทดสอบ)เกมเศรษฐี(	คติปริศนา
ข้อสอบเอนทรานซ์	เฉลยกลศาสตร์เวกเตอร์
คำศัพท์ประจำสัปดาห์	
<b>ความรู้รอบตัว</b>	
การประดิษฐ์ของโลก	ผู้ได้รับโนเบลสาขาฟิสิกส์
นักวิทยาศาสตร์เทศ	นักวิทยาศาสตร์ไทย
ดาราศาสตร์พิศวง	การทำงานของอุปกรณ์ทางฟิสิกส์
การทำงานของอุปกรณ์ต่าง ๆ	

 <b>การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ 1</b> <span style="float: right;"></span> ผ่านทางอินเทอร์เน็ต	
1. การวัด	2. เวกเตอร์
3. การเคลื่อนที่แบบหนึ่งมิติ	4. การเคลื่อนที่บนระนาบ
5. กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน	6. การประยุกต์กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน
7. งานและพลังงาน	8. การดลและโมเมนตัม
9. การหมุน	10. สมดุลของวัตถุแข็งเกร็ง
11. การเคลื่อนที่แบบคาบ	12. ความยืดหยุ่น
13. กลศาสตร์ของไหล	14. ปริมาณความร้อน และ กลไกการถ่ายโอนความร้อน
15. กฎข้อที่หนึ่งและสองของเทอร์โมไดนามิก	16. คุณสมบัติเชิงโมเลกุลของสสาร
17. คลื่น	18. การสั่น และคลื่นเสียง
 <b>การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ 2</b> <span style="float: right;"></span> ผ่านทางอินเทอร์เน็ต	
1. ไฟฟ้าสถิต	2. สนามไฟฟ้า
3. ความกว้างของสายฟ้า	4. ตัวเก็บประจุและการต่อตัวต้านทาน
5. ศักย์ไฟฟ้า	6. กระแสไฟฟ้า
7. สนามแม่เหล็ก	8. การเหนี่ยวนำ
9. ไฟฟ้ากระแสสลับ	10. ทรานซิสเตอร์
11. สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและเสาอากาศ	12. แสงและการมองเห็น
13. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ	14. กลศาสตร์ควอนตัม
15. โครงสร้างของอะตอม	16. นิวเคลียร์
 <b>การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ทั่วไป</b> <span style="float: right;"></span> ผ่านทางอินเทอร์เน็ต	
1. จลศาสตร์ (kinematic)	2. จลพลศาสตร์ (kinetics)
3. งานและโมเมนตัม	4. ซิมเปิลฮาร์โมนิก คลื่น และเสียง
5. ของไหลกับความร้อน	6. ไฟฟ้าสถิตกับกระแสไฟฟ้า
7. แม่เหล็กไฟฟ้า	8. คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ากับแสง
9. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ อะตอม และนิวเคลียร์	

