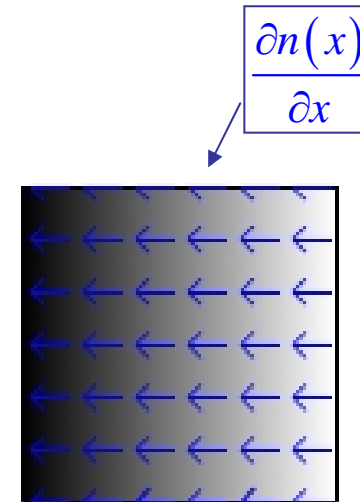
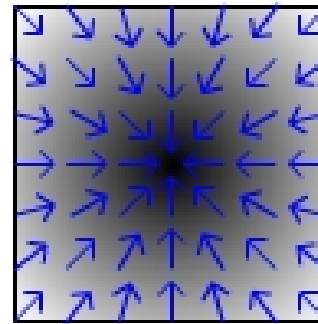


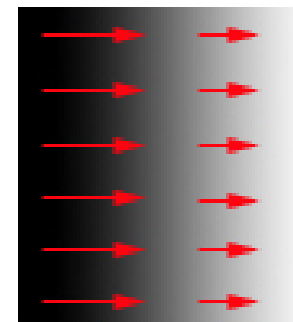
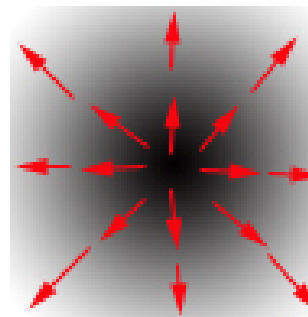
# เกรเดียนต์

$\vec{\nabla}n$  มีทิศทางพุ่งเข้าสู่บริเวณที่มีความเข้มข้นเพิ่มขึ้น



$$\vec{j} = -D\vec{\nabla}n(x, y)$$

มีทิศตรงข้ามกับเกรเดียนต์ กระแสมีทิศ  
ไปสู่บริเวณที่มีความเข้มข้นน้อยกว่า

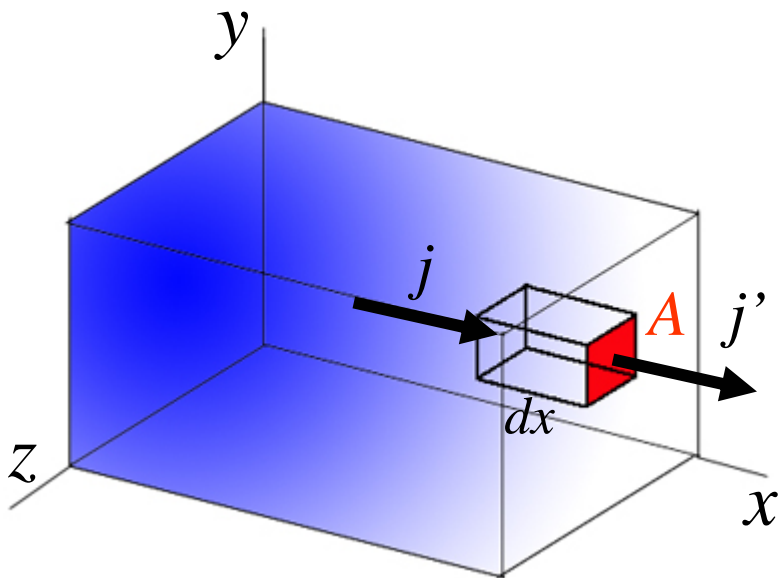


$$j = -D \frac{\partial n}{\partial x}$$

# สมการการฟุ้ง

พิจารณาปริมาตรเล็กๆ  $dV$  ความยาว  $dx$  พื้นที่หน้าตัด  $A$  ที่ตั้งฉากกับแกน  $x$  ดังรูป ให้กระแสโมเลกุลที่ไหลเข้ามาในปริมาตรทางผนังด้านซ้ายเท่ากับ  $j$  และกระแสโมเลกุลที่ไหลออกทางผนังด้านขวาเท่ากับ  $j'$  จากกฎการอนุรักษ์ของมวลจะได้ว่า

$$\text{จำนวนโมเลกุลที่สะสมในปริมาตร} = \text{โมเลกุลที่ไหลเข้า} - \text{โมเลกุลที่ไหลออก}$$



จำนวนโมเลกุลที่สะสมในปริมาตรหาได้จาก

$$n dV$$

อัตราการสะสมโมเลกุลในปริมาตรคือ

$$\frac{\partial n}{\partial t} dV$$

$j$  เป็นจำนวนอนุภาคซึ่งเคลื่อนผ่าน ต่อพื้นที่ ต่อหนึ่งหน่วยเวลา ดังนั้นจำนวนโมเลกุลที่ไหลเข้าปริมาตรต่อหนึ่งหน่วยเวลาคือ  $jA$  และจำนวนโมเลกุลที่ไหลออกคือ  $j'A$

อัตราการสะสมโมเลกุลในปริมาตร = อัตราการไหลเข้า - อัตราการไหลออก

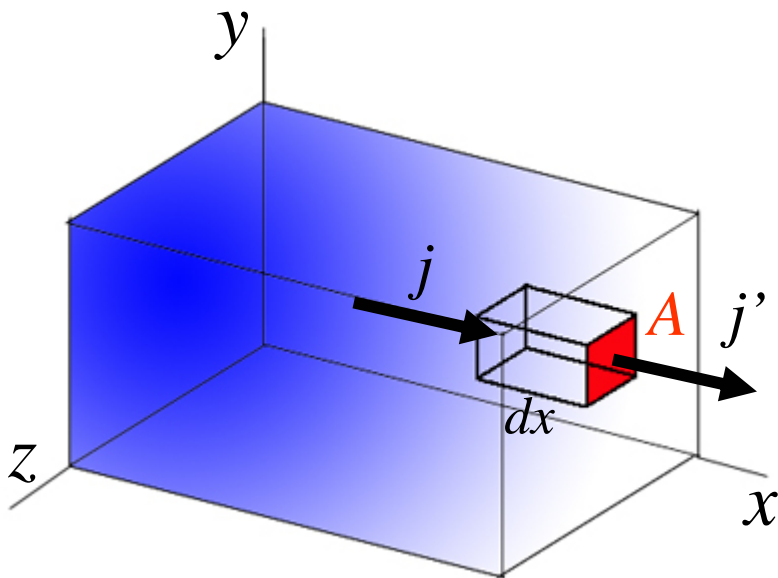
$$\frac{\partial n}{\partial t} dV = jA - j'A = -(j' - j)A = -(dj)A$$

หรือ

$$\frac{\partial n}{\partial t} dV = -\frac{\partial j}{\partial x} A dx$$

และเมื่อแทนค่า

$$dV = A dx$$



จะได้ว่า

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial j}{\partial x}$$

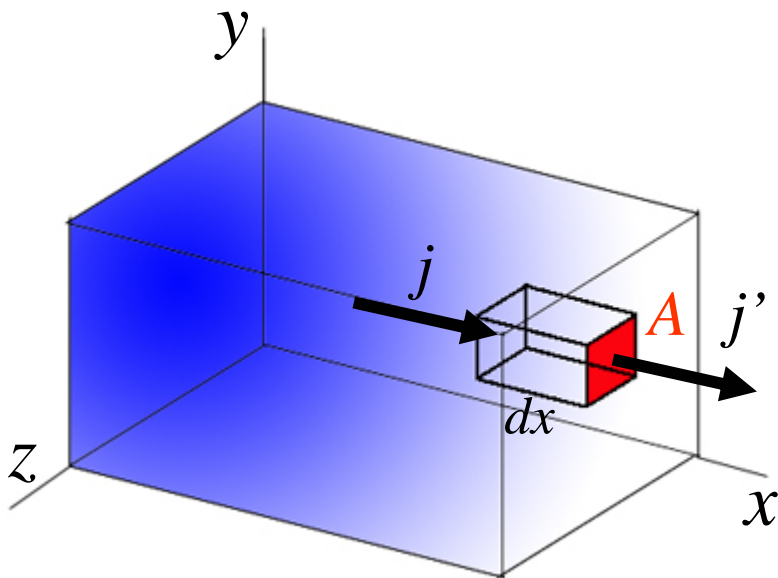
และเมื่อแทนค่ากฎของฟิคส์จะได้ว่า

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \leftarrow \text{กฎข้อที่ 2 ของฟิคส์}$$

สมการนี้มีชื่อว่า สมการการฟุ้ง หรือ (diffusion equation) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสองหลายตัวแปร คำตอบของสมการคือ

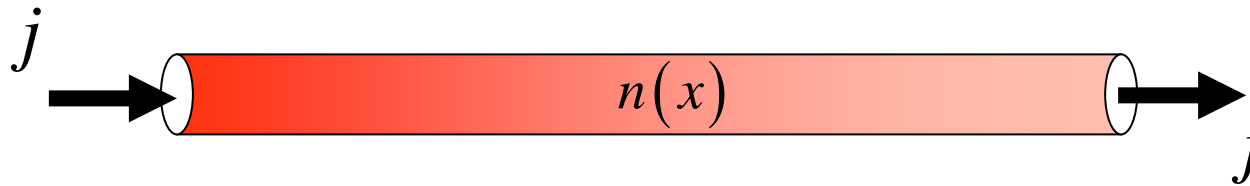
$$n = n(x, t)$$

จะบอกค่าความเข้มข้นที่ตำแหน่ง  $x$  และเวลา  $t$  ต่างๆ



การหาคำตอบทั่วไปของสมการนี้ค่อนข้างซับซ้อน ดังนั้นเราจะพิจารณากรณีพิเศษ

## การฟุ้งในสถานะคงตัว



ในวิชานี้เราจะพิจารณาในกรณีที่ความเข้มข้นของโมเลกุลมีค่าคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ตัวอย่างเช่น การไหลในท่อ ซึ่งอัตราการไหลเข้าเท่ากับอัตราการไหลออก

$$\frac{\partial n}{\partial t} dV = -(j - j) A \rightarrow \frac{\partial n}{\partial t} = 0$$

จากสมการการฟุ้งเราจะได้ว่า  $\frac{\partial j}{\partial x} = 0$  นั่นคือ  $j = C$  = ค่าคงที่

พิจารณากฎของฟิคส์  $j = -D \frac{\partial n}{\partial x}$  จะเขียนได้เป็น  $dn = -\frac{j}{D} dx$

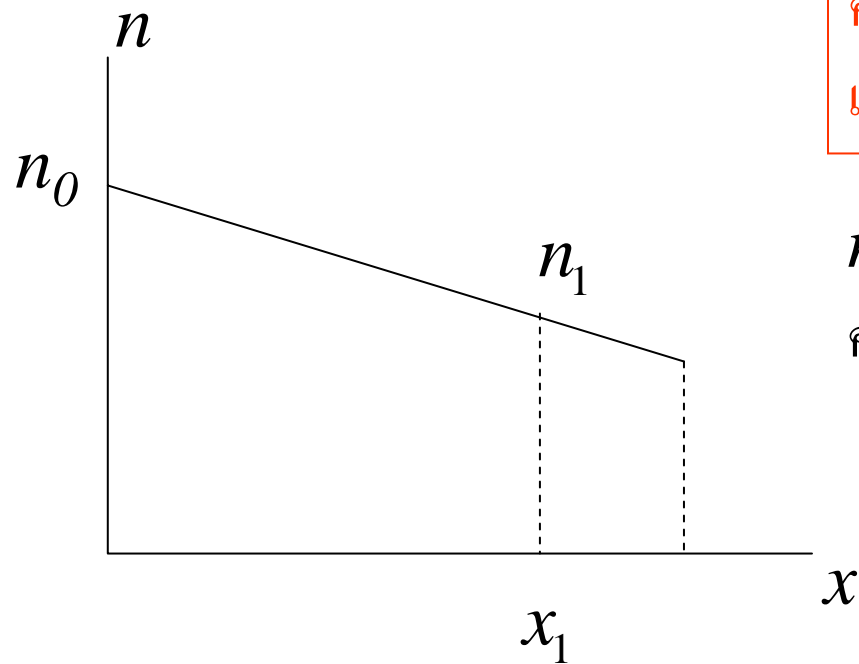
อินทิเกรตทั้งสองข้างของสมการข้างบนจะได้

$$\int_{n_0}^n dn = -\int_0^x \frac{j}{D} dx$$

$$n - n_0 = -\frac{j}{D} x$$



$$n(x) = -\frac{j}{D} x + n_0$$



ความเข้มข้นของโมเลกุลจะลดลงตามระยะทาง  
เป็นกราฟเส้นตรง

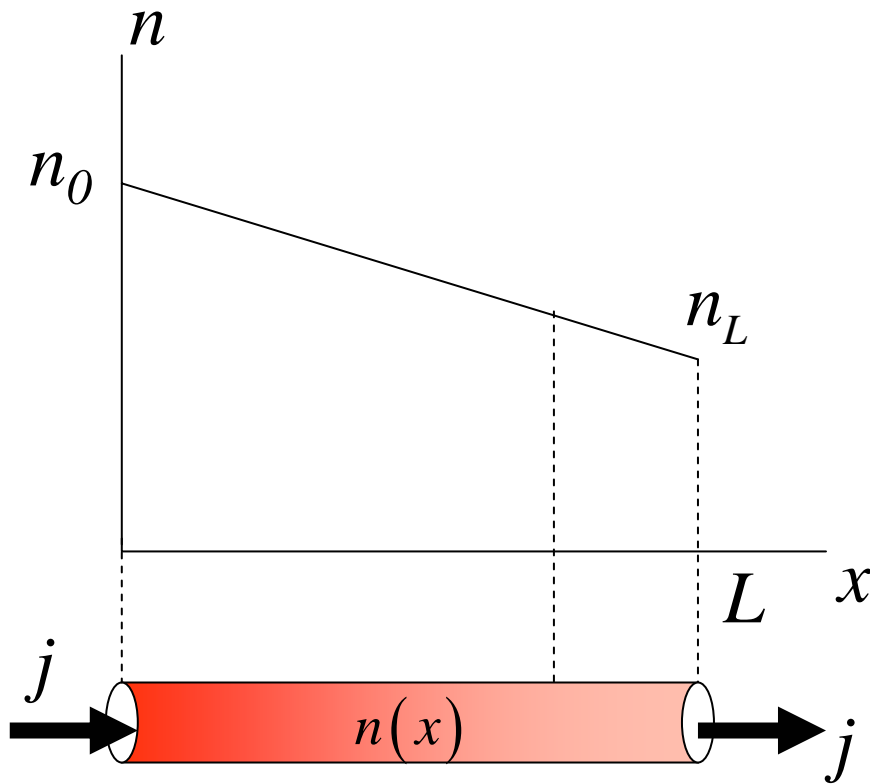
$n_0$  เป็นความเข้มข้นเริ่มต้นที่ปลายข้างซ้ายของท่อ  
ความชันของกราฟมีค่าเท่ากับ  $-j/D$

จากสมการ  $n(x) = -\frac{j}{D}x + n_0$  เราสามารถจัดรูปใหม่ได้เป็น

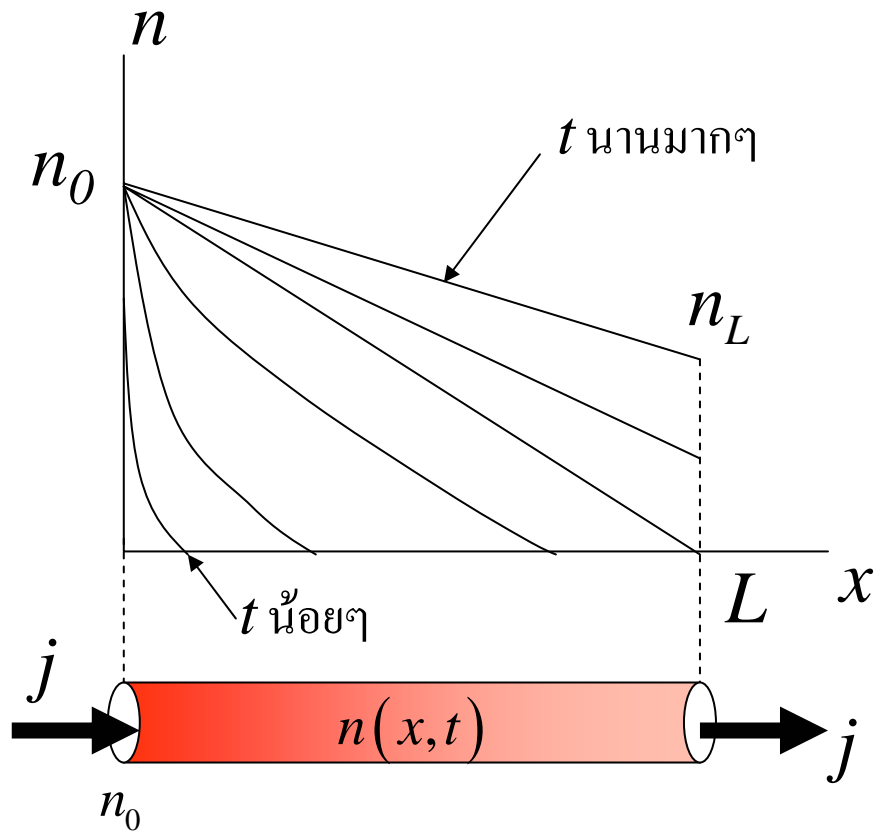
$$j = D \frac{n_0 - n}{x}$$

เราสามารถใช้สมการนี้หาค่าสัมประสิทธิ์การฟุ้งได้ โดยการหาค่าความเข้มข้นตั้งต้น และความเข้มข้นที่ปลายท่อ  $x = L$  จะได้ว่า

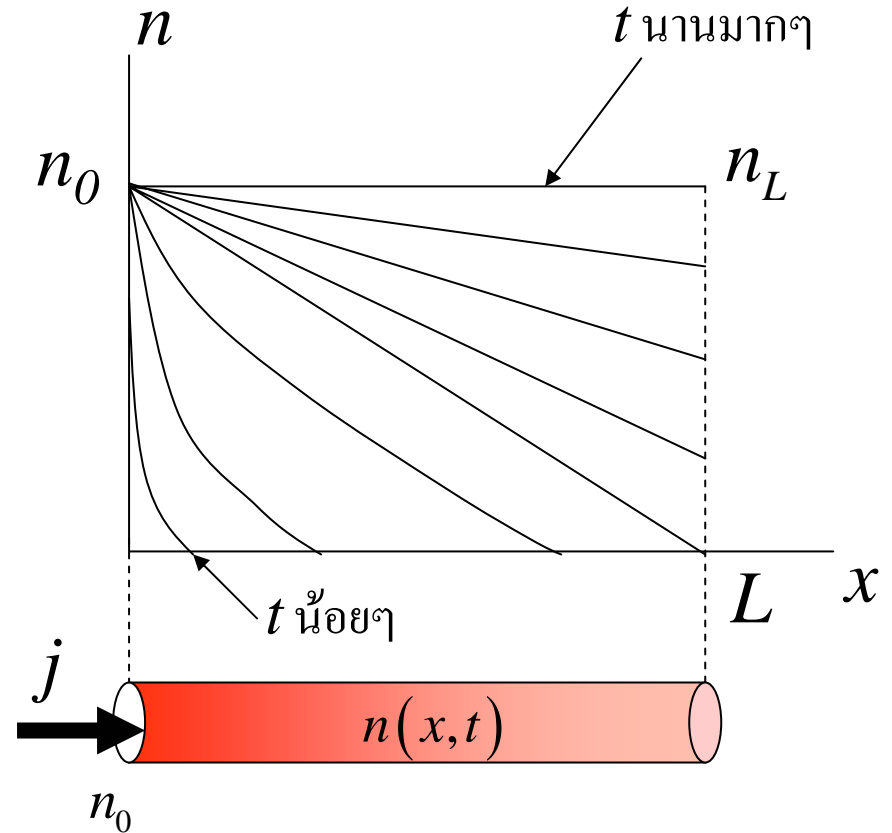
$$j = D \frac{n_0 - n_L}{L}$$



# การฟุ้งในท่อปลายเปิดและท่อปลายปิด



ท่อปลายเปิด

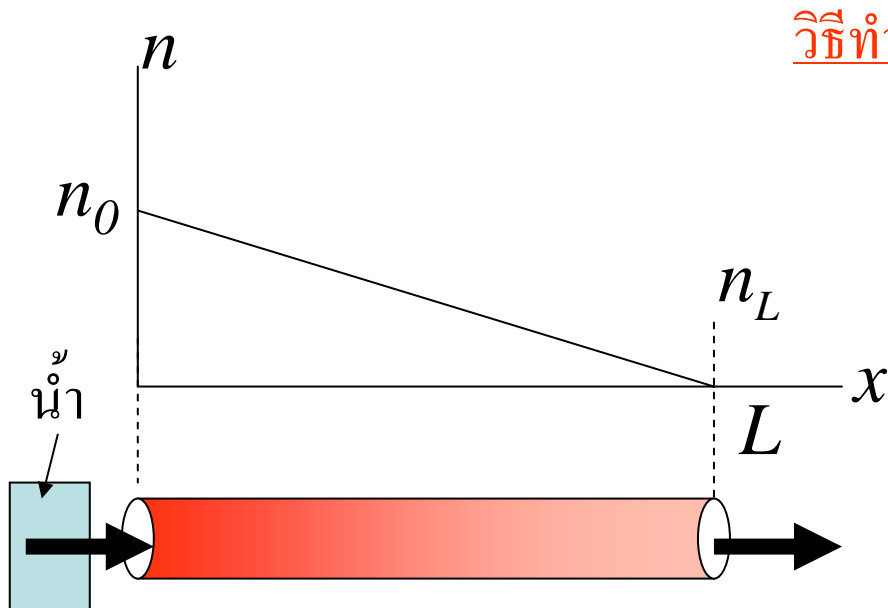


ท่อปลายปิด



# ตัวอย่าง

ในการทดลองหาปริมาณการระเหยของน้ำผ่านหลอดแก้วปลายเปิดทั้งสองข้าง หลอดแก้วยาว 1 เมตร พื้นที่หน้าตัด  $20 \text{ cm}^2$  สัมประสิทธิ์การฟุ้งของไอน้ำผ่านอากาศ มีค่าเท่ากับ  $2.19 \times 10^{-5} \text{ m}^2 / \text{s}$  และความหนาแน่นไอน้ำเท่ากับ  $1.73 \times 10^{-2} \text{ Kg/m}^3$  ที่ความดันมาตรฐานและอุณหภูมิ 20 เซลเซียส จงคำนวณมวลของไอน้ำที่ระเหยเข้ามาในหลอดแก้วในเวลา 1 ชั่วโมง เมื่อการฟุ้งอยู่ในสถานะคงตัว



วิธีทำ

จากสมการ 
$$j = D \frac{n_0 - n_L}{L}$$

ให้มวลของไอน้ำ 1 โมเลกุลเท่ากับ  $m \text{ Kg}$   
และสมมุติว่ากระบวนการระเหยนี้ช้ามาก

$$n_L = 0$$

จากโจทย์จะได้ว่า  $n_0 = \frac{1.73 \times 10^{-2}}{m}$  โมเลกุล-เมตร<sup>-3</sup>

กระแสโมเลกุลที่ไหลผ่านท่อคือ  $j = D \frac{n_0 - n_L}{L}$

$$= 2.19 \times 10^{-5} \times \left( \frac{1.73 \times 10^{-2} / m - 0}{1.0} \right)$$

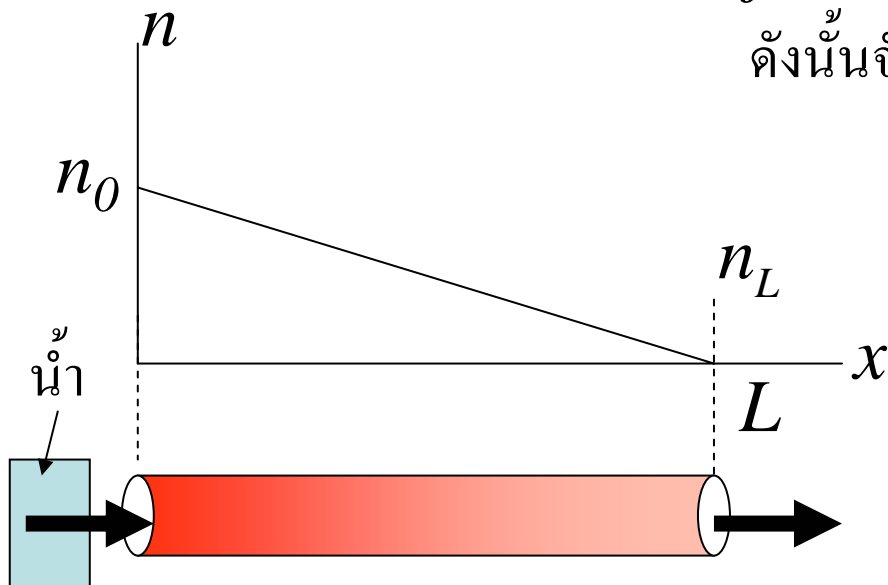
$$= \frac{3.78 \times 10^{-7}}{m} \quad \text{เมตร}^{-2}\text{-วินาที}^{-1}$$

$j$  เป็นจำนวนอนุภาคที่เคลื่อนผ่าน ต่อพื้นที่ ต่อ 1 วินาที  
 ดังนั้นจำนวนโมเลกุลที่ไหลเข้าปริมาตรต่อ 1 ชั่วโมงคือ

$$M = j \times A \times 60 \times 60 \times m$$

$$= \left( \frac{3.78 \times 10^{-7}}{m} \right) \times (20 \times 10^{-4}) \times 60^2 \times m$$

$$= 2.73 \times 10^{-6} \quad \text{Kg}$$



# ทฤษฎีโมเลกุลของการฟุ้ง

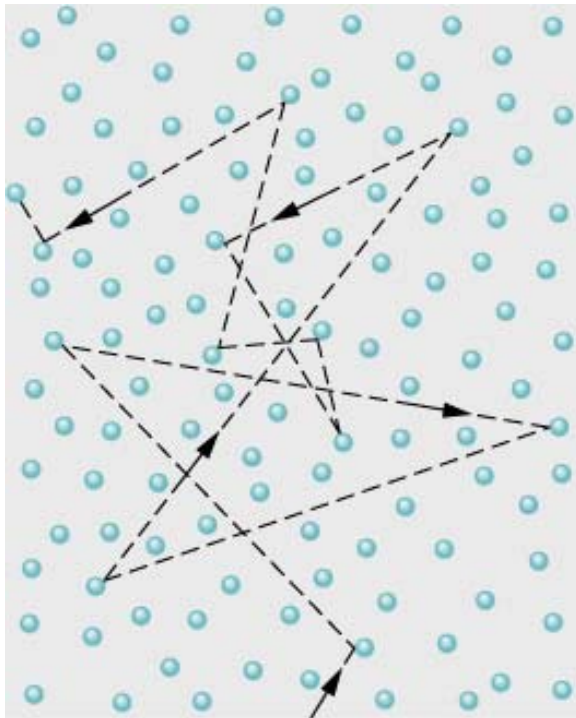
ในการพิจารณาสมการการฟุ้งที่ผ่านมา เราใช้เพียงคุณสมบัติระดับมหภาคของระบบ คือ ความเข้มข้น โดยยังไม่ได้พิจารณาในระดับจุลภาค หรือ คุณสมบัติในระดับโมเลกุลของสสาร เช่น อัตราเร็วเฉลี่ยของแต่ละโมเลกุล มวลของแต่ละโมเลกุล ฯลฯ

ในต่อไปนี้จะพบว่าค่าสัมประสิทธิ์การฟุ้ง  $D$  สามารถเขียนในรูปของคุณสมบัติในระดับโมเลกุลที่กล่าวไปแล้วข้างต้น

แต่ก่อนที่จะพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์การฟุ้ง เราจะพิจารณาข้อมูลสำคัญอย่างหนึ่งคือ ระยะทางอิสระเฉลี่ย หรือ mean free path ของแต่ละโมเลกุล

# เส้นทางอิสระเฉลี่ย (Mean Free Path)

เส้นทางอิสระเฉลี่ย หรือ Mean free path คือระยะทางเฉลี่ยที่โมเลกุลสามารถเคลื่อนที่ได้ก่อนที่จะชนกับโมเลกุลอื่น ใช้สัญลักษณ์ว่า  $\lambda$

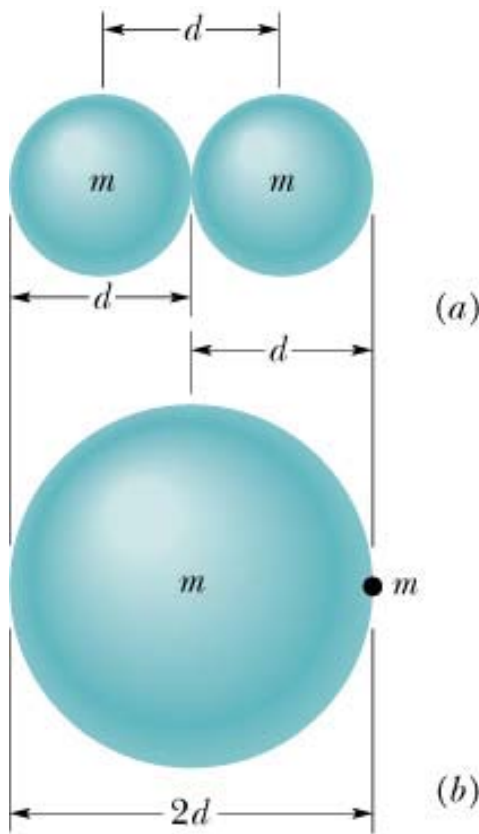


โดย

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 N/V}$$

ซึ่งจะเห็นว่าเส้นทางอิสระเฉลี่ยจะแปรผกผันกับ  
ความหนาแน่นโมเลกุล  $N/V$   
และแปรผกผันกับขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลาง  
ของโมเลกุล  $d$  ยกกำลังสอง

ในการพิสูจน์ความสัมพันธ์ข้างต้นเราอาจพิจารณาการเคลื่อนที่ของโมเลกุลก๊าซ  
เพียงโมเลกุลเดียว โดยสมมติว่าโมเลกุลอื่นหยุดนิ่ง แต่ละโมเลกุลแทนด้วยทรง  
กลมซึ่งมีรัศมี  $d/2$

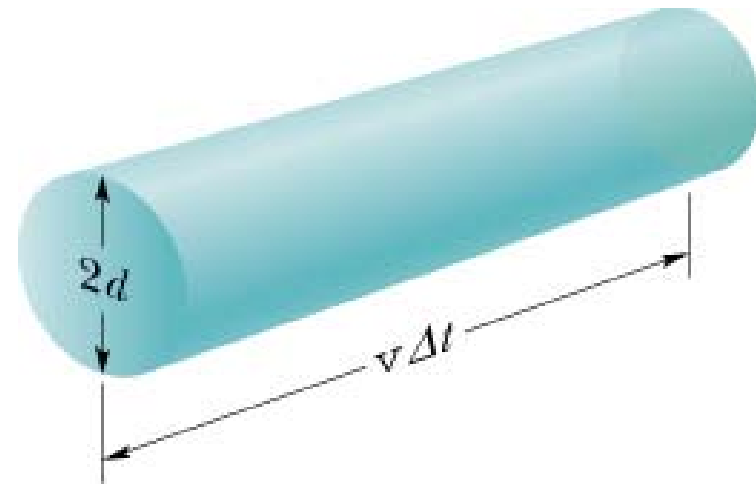
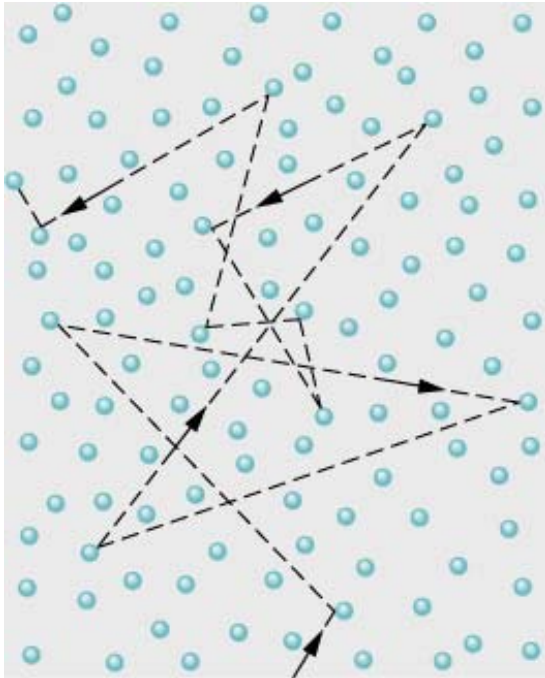


การชนของโมเลกุลคู่หนึ่งๆ จะเกิดขึ้นเมื่อ ศูนย์กลางมวล  
ของโมเลกุลทั้งสองอยู่ห่างกันเท่ากับ  $d$  ดังรูป (a)

เพื่อความสะดวกในการคำนวณเราอาจจะคิดว่าการชน  
ในรูป (a) เหมือนกับการชนในรูป (b) โดยพิจารณาว่า  
เป็นการชนของโมเลกุลทรงกลมรัศมี  $d$  กับอีกโมเลกุล  
ซึ่งมีลักษณะเป็นจุด (C.M. ของทั้งคู่จะอยู่ห่างกันเป็น  
ระยะทาง  $d$  เท่ากัน)

เราจะแทนการเคลื่อนที่แบบซิกแซกไปมาของโมเลกุล  
ก๊าซ ด้วยการเคลื่อนที่ของทรงกระบอกรัศมี  $d$

เนื่องจากเราแทนการเคลื่อนที่ซิกแซกของโมเลกุลด้วยการเคลื่อนที่ของทรงกลมรัศมี  $d$  ในช่วงเวลา  $\Delta t$  มันจะเคลื่อนที่ได้ระยะทาง  $v\Delta t$   
เมื่อ  $v$  คืออัตราเร็วของโมเลกุล



ปริมาตรที่โมเลกุลนี้กวาดไปขณะเคลื่อนที่จะเท่ากับ

$$\Delta V = (\pi d^2)(v\Delta t)$$

จำนวนครั้งของการชนระหว่างโมเลกุลของก๊าซ จะมีค่าขึ้นอยู่กับจำนวนโมเลกุลที่อยู่ในปริมาตร  $\Delta V$  โดยถ้าเราให้  $N/V$  เป็นจำนวนโมเลกุลต่อปริมาตร จะได้ว่าจำนวนโมเลกุลทั้งหมดในปริมาตร  $\Delta V$  คือ

$$\frac{N}{V} (\pi d^2) (v \Delta t)$$

ซึ่งค่า mean free path สามารถคำนวณได้จาก

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\text{ระยะทางที่โมเลกุลวิ่งได้ในช่วงเวลา } \Delta t}{\text{จำนวนครั้งที่เกิดการชนในช่วงเวลา } \Delta t} \\ &= \frac{v \Delta t}{\frac{N}{V} (\pi d^2) (v \Delta t)} = \frac{1}{\pi d^2 \frac{N}{V}} \end{aligned}$$

แต่ในการพิจารณาเราสมมติให้โมเลกุลอื่นๆหยุดนิ่ง ซึ่งในความเป็นจริงแล้ว  
ทุกๆ โมเลกุลมีการเคลื่อนที่อยู่ตลอดเวลา ซึ่งเมื่อกำหนดถึงผลในส่วนนี้จะได้ว่า

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 N/V}$$

สังเกต factor root 2 ที่ได้มาจากการพิจารณาการเคลื่อนที่สัมพัทธ์  
ของแต่ละโมเลกุล



หนังสืออิเล็กทรอนิกส์	
ฟิสิกส์ 1(ภาคกลศาสตร์(	ฟิสิกส์ 1 (ความร้อน)
ฟิสิกส์ 2	กลศาสตร์เวกเตอร์
โลหะวิทยาฟิสิกส์	เอกสารคำสอนฟิสิกส์ 1
ฟิสิกส์ 2 (บรรยาย(	แก้ปัญหาฟิสิกส์ด้วยภาษา C
ฟิสิกส์พิศวง	สอนฟิสิกส์ผ่านทางอินเทอร์เน็ต
ทดสอบออนไลน์	วิดีโอการเรียนการสอน
หน้าแรกในอดีต	แผ่นใสการเรียนการสอน
เอกสารการสอน PDF	กิจกรรมการทดลองทางวิทยาศาสตร์
แบบฝึกหัดออนไลน์	สุดยอดสิ่งประดิษฐ์
การทดลองเสมือน	
บทความพิเศษ	ตารางธาตุไทย1) 2 (Eng)
พจนานุกรมฟิสิกส์	ลับสมองกับปัญหาฟิสิกส์
ธรรมชาติมหัศจรรย์	สูตรพื้นฐานฟิสิกส์
การทดลองมหัศจรรย์	ดาราศาสตร์ราชมงคล
แบบฝึกหัดกลาง	
แบบฝึกหัดโลหะวิทยา	แบบทดสอบ
ความรู้รอบตัวทั่วไป	อะไรเอ่ย ?
ทดสอบ)เกมเศรษฐี(	คดีปริศนา
ข้อสอบเอนทรานซ์	เฉลยกลศาสตร์เวกเตอร์
คำศัพท์ประจำสัปดาห์	
ความรู้รอบตัว	
การประดิษฐ์ของโลก	ผู้ได้รับโนเบลสาขาฟิสิกส์
นักวิทยาศาสตร์เทศ	นักวิทยาศาสตร์ไทย
ดาราศาสตร์พิศวง	การทำงานของอุปกรณ์ทางฟิสิกส์
การทำงานของอุปกรณ์ต่าง ๆ	

 <b>การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ 1 ผ่านทางอินเทอร์เน็ต</b> 	
1. การวัด	2. เวกเตอร์
3. การเคลื่อนที่แบบหนึ่งมิติ	4. การเคลื่อนที่บนระนาบ
5. กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน	6. การประยุกต์กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน
7. งานและพลังงาน	8. การดลและโมเมนตัม
9. การหมุน	10. สมดุลของวัตถุแข็งเกร็ง
11. การเคลื่อนที่แบบคาบ	12. ความยืดหยุ่น
13. กลศาสตร์ของไหล	14. ปริมาณความร้อน และ กลไกการถ่ายโอนความร้อน
15. กฎข้อที่หนึ่งและสองของเทอร์โมไดนามิก	16. คุณสมบัติเชิงโมเลกุลของสสาร
17. คลื่น	18. การสั่น และคลื่นเสียง
 <b>การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ 2 ผ่านทางอินเทอร์เน็ต</b> 	
1. ไฟฟ้าสถิต	2. สนามไฟฟ้า
3. ความกว้างของสายฟ้า	4. ตัวเก็บประจุและการต่อตัวต้านทาน
5. ศักย์ไฟฟ้า	6. กระแสไฟฟ้า
7. สนามแม่เหล็ก	8. การเหนี่ยวนำ
9. ไฟฟ้ากระแสสลับ	10. ทรานซิสเตอร์
11. สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและเสาอากาศ	12. แสงและการมองเห็น
13. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ	14. กลศาสตร์ควอนตัม
15. โครงสร้างของอะตอม	16. นิวเคลียร์
 <b>การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ทั่วไป ผ่านทางอินเทอร์เน็ต</b> 	
1. จลศาสตร์ (kinematic)	2. จลพลศาสตร์ (kinetics)
3. งานและโมเมนตัม	4. ซิมเปิลฮาร์โมนิก คลื่น และเสียง
5. ของไหลกับความร้อน	6. ไฟฟ้าสถิตกับกระแสไฟฟ้า
7. แม่เหล็กไฟฟ้า	8. คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ากับแสง
9. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ อะตอม และนิวเคลียร์	

