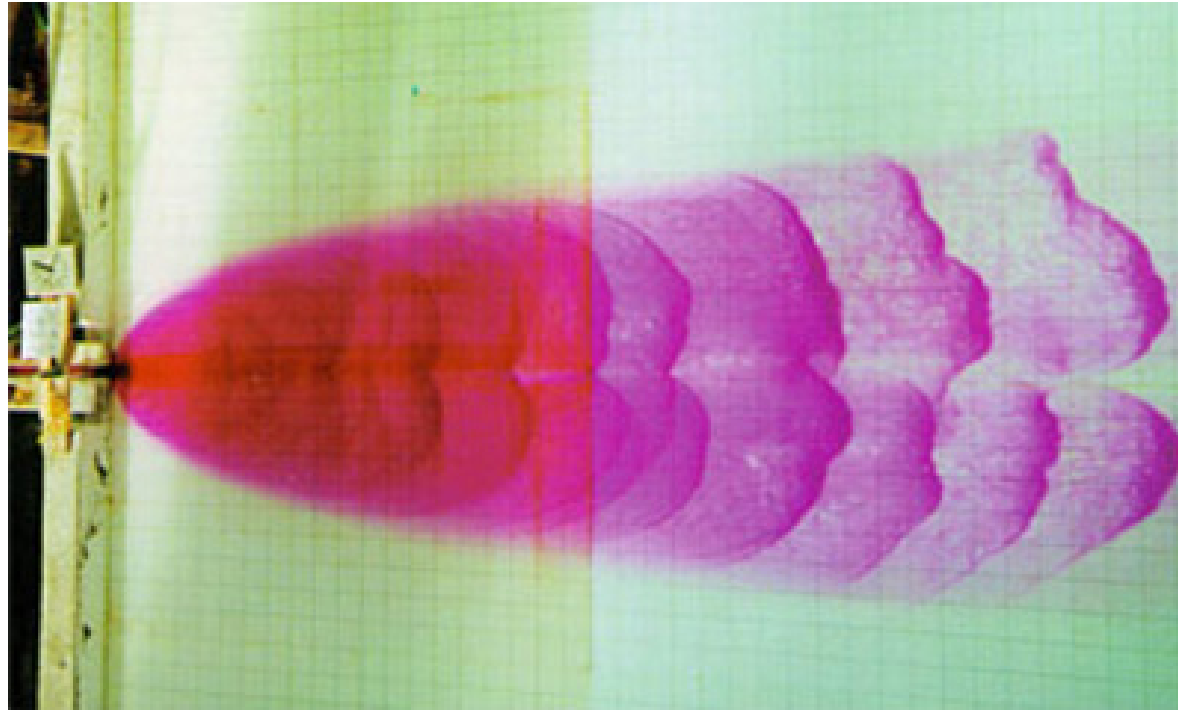
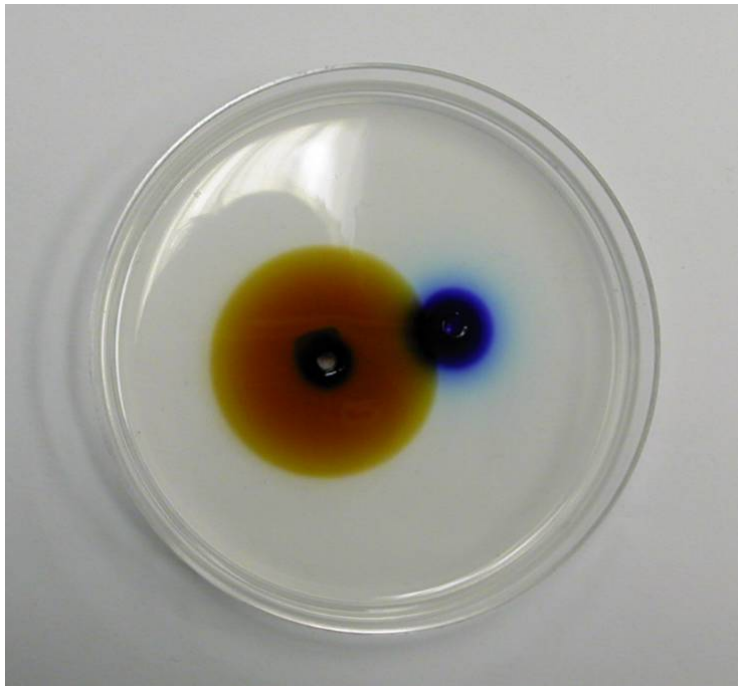


# ปรากฏการณ์ขนส่ง



# การฟุ้งของ โมเลกุล

การฟุ้งหรือ diffusion เป็นปรากฏการณ์ที่พบเห็นได้ทั่วไปในชีวิตประจำวัน ซึ่งเราพอจะสรุปลักษณะของการฟุ้งได้คร่าวๆดังนี้



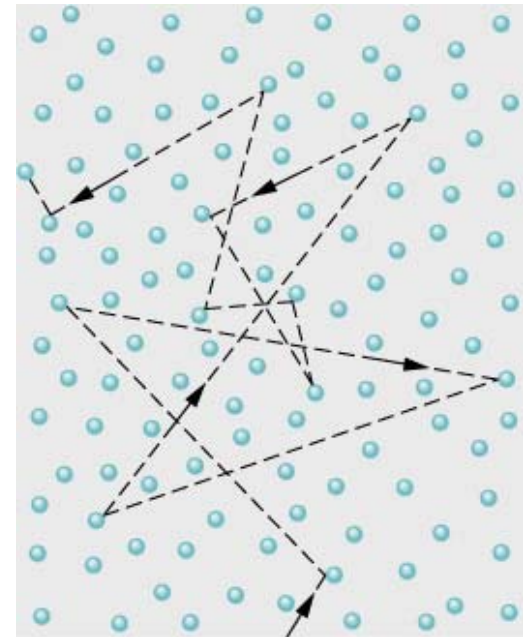
1 การฟุ้งจะเกิดขึ้นเมื่อ โมเลกุลมีการกระจายตัวอย่างไม่สม่ำเสมอ หรือ ความเข้มข้นของโมเลกุลที่ตำแหน่งต่างๆ ไม่เท่ากัน

2 การฟุ้งมีทิศออกจากบริเวณที่มีความเข้มข้นของโมเลกุลมาก ไปยังบริเวณที่มีความเข้มข้นของโมเลกุลน้อย หรือ เกิดในทิศทางที่ความเข้มข้นของโมเลกุลลดลง

# การเคลื่อนที่แบบบราวน์ (Brownian motion)

ในบทนี้เราจะพิจารณาการฟุ้งทั้งในระดับใหญ่ๆ (Macroscopic) และในระดับโมเลกุล (Microscopic) ซึ่งในระดับโมเลกุล การฟุ้งเกิดจากอนุภาคที่ถูกชนไปชนมาแล้วกระจายออกไปด้วยลักษณะการเคลื่อนที่แบบบราวน์ (Brownian movement) การฟุ้งจึงเป็นการส่งผ่านโมเลกุล หรือ เคลื่อนย้ายมวลของสาร จากตำแหน่งหนึ่งไปตำแหน่งอื่น โดยไม่ต้องมีแรงภายนอกมากระทำ

การเคลื่อนที่แบบ Brownian



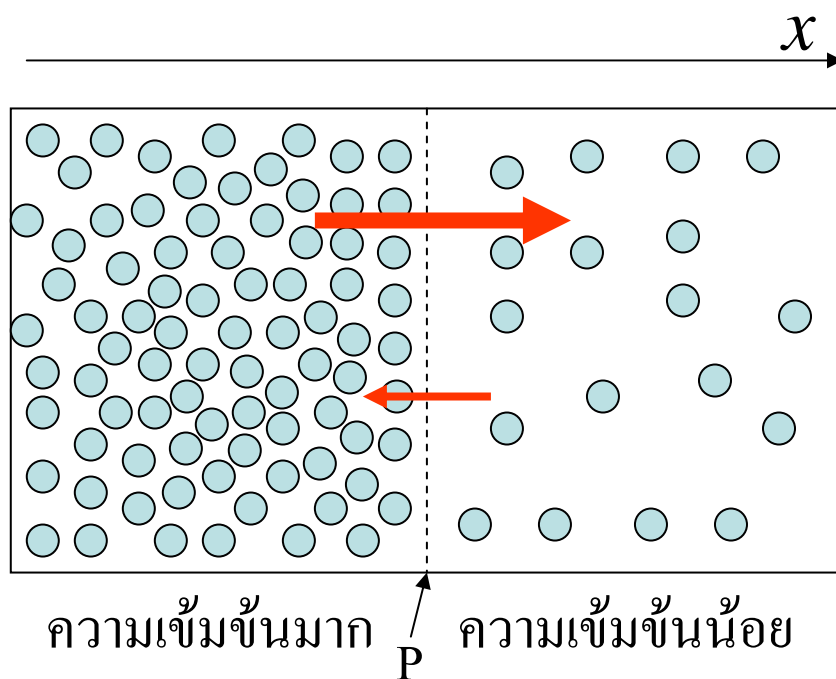
# World Year of Physics 2005



- Einstein Miraculous years
- ครบรอบ 100 ปี ทฤษฎีโฟโตอิเล็กทริก
- ครบรอบ 100 ปี ทฤษฎีสัมพัทธภาพ
- ครบรอบ 100 ปี ทฤษฎีการเคลื่อนที่แบบ Brownian

# กฎของฟิคค์

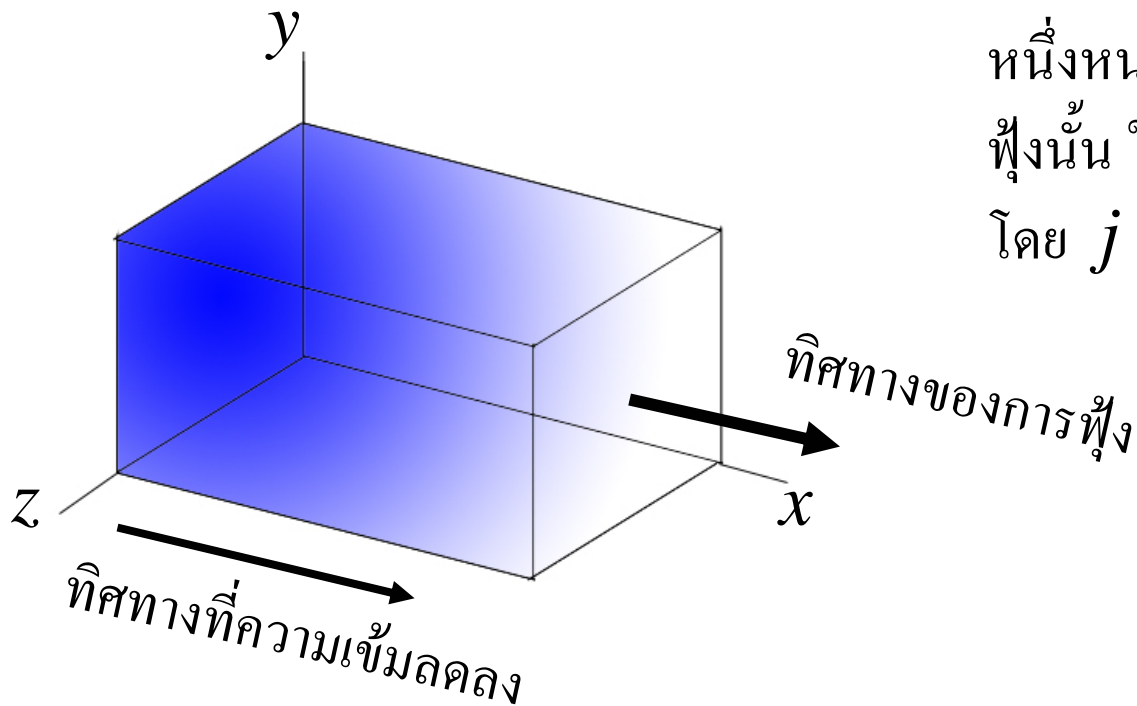
สมมุติว่ามีก๊าซชนิดหนึ่ง ซึ่งถูกกั้นด้วยผนัง P ดังรูป ก๊าซทางด้านซ้ายของผนังมีความเข้มข้นของโมเลกุลมากกว่า ก๊าซทางด้านขวา โดยที่อุณหภูมิของทั้งสองด้านเท่ากัน (พลังงานจลน์เฉลี่ยเท่ากัน)



เมื่อยกผนัง P ออก โมเลกุลของก๊าซที่อยู่ใกล้ผนังทั้งด้านซ้ายและด้านขวาจะเกิดการชนกันแล้วกระจายไปอยู่อีกด้านหนึ่งได้ แต่เนื่องจากด้านซ้ายมีความเข้มข้นมากกว่า จึงทำให้ผลลัพธ์ของกระบวนการฟุ้งของโมเลกุลมีทิศจากซ้ายไปขวา

สมมติให้ความเข้มข้นของโมเลกุลมีค่าต่างๆกันตามแนวแกน  $x$  ดังรูป  
แต่ความเข้มข้นของโมเลกุลบนระนาบทุกๆ ระนาบซึ่งตั้งฉากกับแกน  $x$  มีค่าเท่ากัน  
ดังนั้นเราความเข้มข้นจึงเป็นฟังก์ชันของ  $x$

$$n = n(x)$$



ให้  $j$  เป็นความหนาแน่นกระแสอนุภาค (particle current density) ซึ่งหมายถึง จำนวนอนุภาคสุทธิซึ่งเคลื่อนผ่านพื้นที่ หนึ่งหน่วยซึ่งตั้งฉากกับทิศทางของการ พุ่งนั้น ในหนึ่งหน่วยเวลา โดย  $j$  มีหน่วยเป็น ( $\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$ )

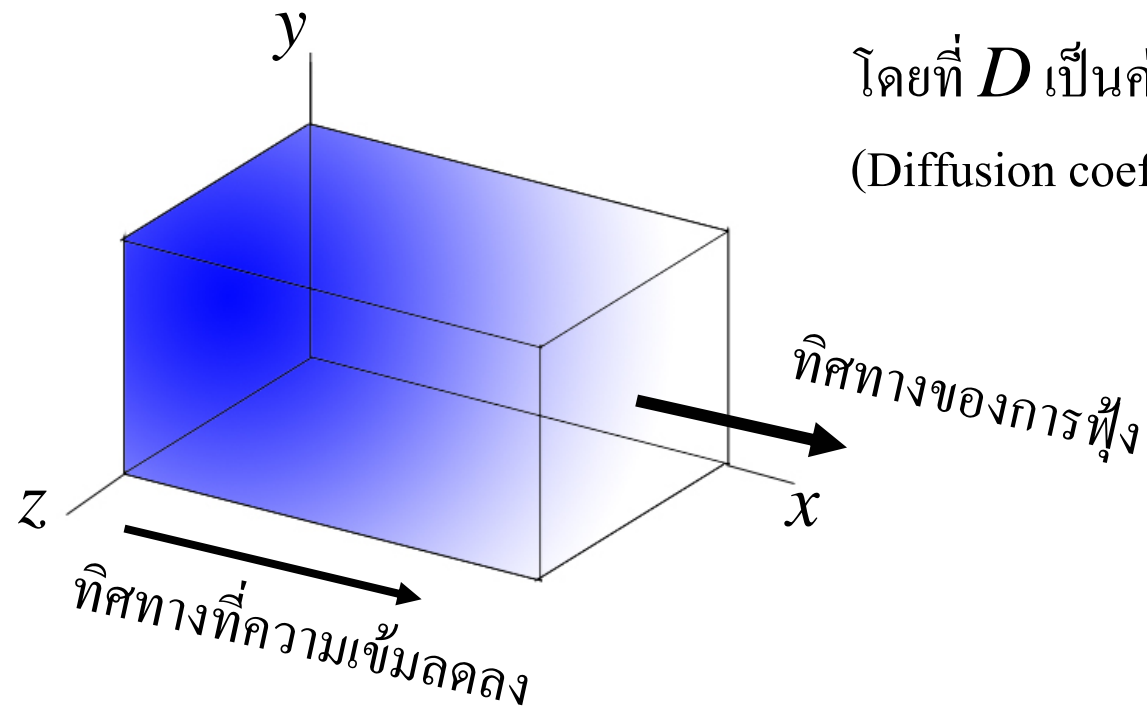
จากการทดลองพบว่า  $j$  จะแปรผันตามค่าความแตกต่างของความเข้มข้นของโมเลกุลต่อระยะทาง หรือ เกรเดียนท์ของความเข้มข้น (concentration gradient)  $\frac{\partial n}{\partial x}$  ซึ่งเขียนเป็นสมการได้เป็น

กฎของฟิคส์ (Fick's law)



$$j(x) = -D \frac{\partial n}{\partial x}$$

โดยที่  $D$  เป็นค่าคงที่ เรียกว่า สัมประสิทธิ์การฟุ้ง (Diffusion coefficient)



# Gradient

เกรเดียนท์ เป็นตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเวกเตอร์ (Vector operator) โดยปกติจะใช้สัญลักษณ์  $\vec{\nabla}$  บางครั้งอ่านว่า เดล (Del) ในกรณีที่ทำกับฟังก์ชัน  $f(x, y, z)$  จะเขียนได้เป็น

$$\vec{\nabla}f(x, y, z) = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} f + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} f + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} f$$

แต่ในวิชานี้เราจะพิจารณากรณี 1 มิติ คือ ความเข้มเป็นฟังก์ชันของตัวแปรเพียงตัวเดียว

$$\vec{\nabla}n(x) = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} n(x) + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} n(x) + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} n(x) = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} n(x)$$



นั่นคือ

$$\vec{\nabla}n(x) = \left( \frac{\partial n}{\partial x} \right) \hat{i}$$

เกรเดียนท์ของ  $n(x)$  คือ เวกเตอร์ ซึ่งมีขนาด  $\partial n / \partial x$

มีทิศไปทาง  $+x$  (ทิศเดียวกับ  $\hat{i}$ ) ถ้า  $(\partial n / \partial x) > 0$

มีทิศไปทาง  $-x$  (ทิศเดียวกับ  $-\hat{i}$ ) ถ้า  $(\partial n / \partial x) < 0$

ตัวอย่างการประยุกต์เกรเดียนท์ แรงอนุรักษ์เขียนได้ในรูปเกรเดียนท์ของศักย์

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}V$$

เช่น

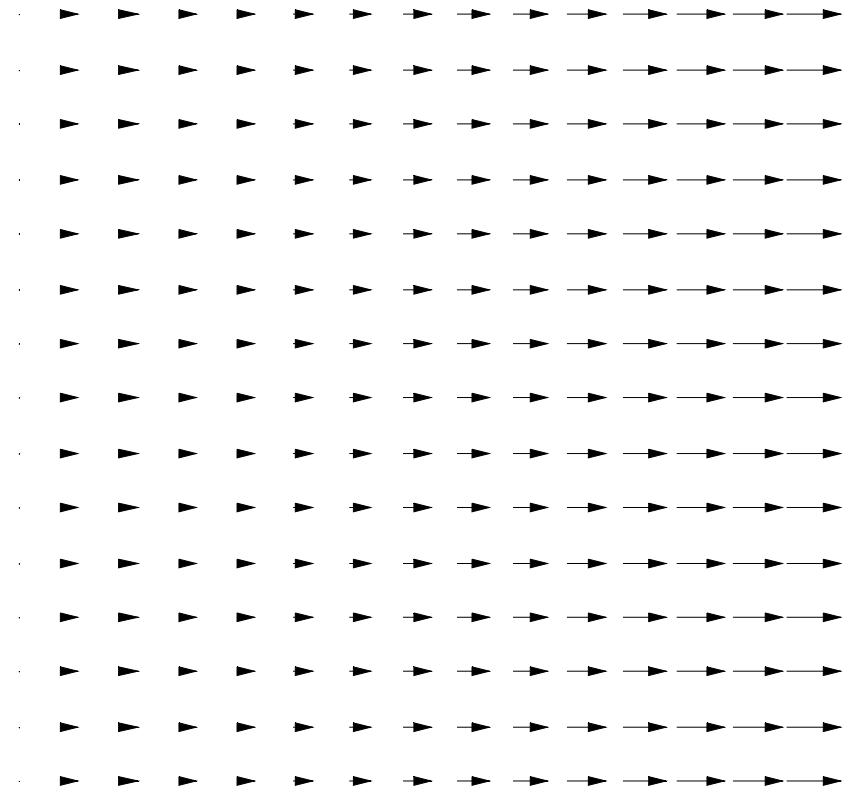
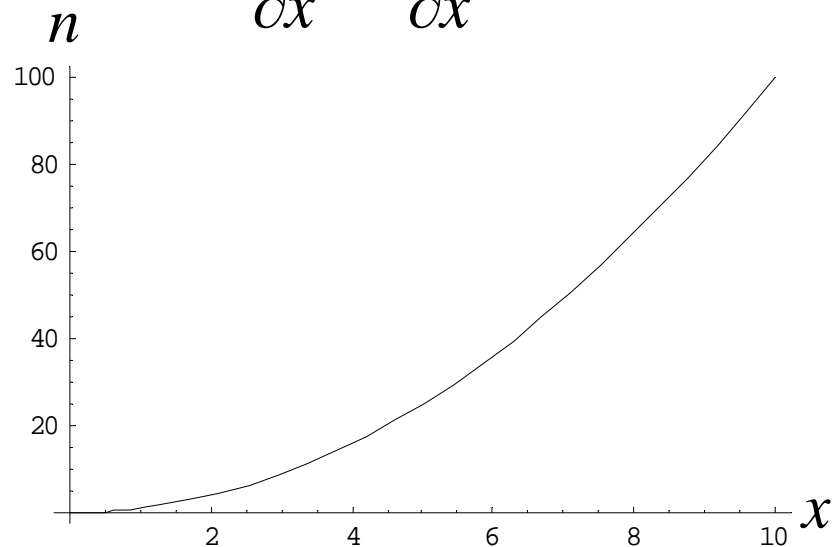
$$V(r) = -\frac{GMm}{r}, \quad \rightarrow \quad F = -\frac{\partial}{\partial r}V(r) = GMm \frac{\partial}{\partial r}(r^{-1}) = -\frac{GMm}{r^2}$$

# ตัวอย่าง Gradient ของฟังก์ชัน 1 ตัวแปร

$$n(x) = x^2$$

$$\vec{\nabla} n(x) = 2x \hat{i}$$

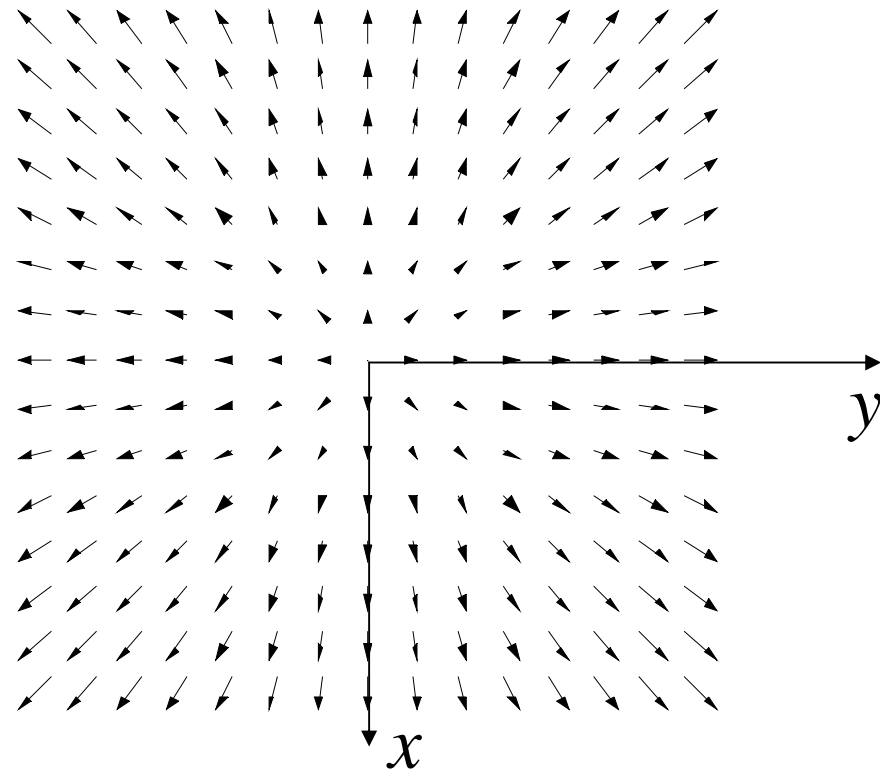
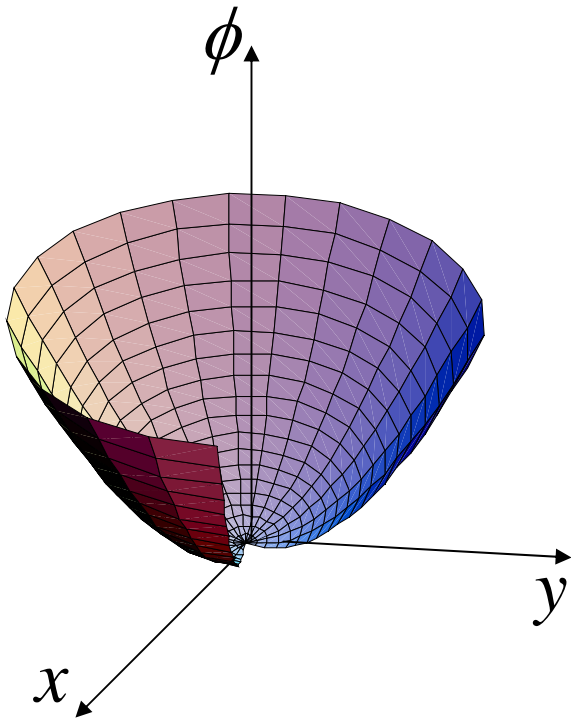
$$\frac{\partial n}{\partial x} = \frac{\partial x^2}{\partial x} = 2x$$



## ตัวอย่าง Gradient ของฟังก์ชัน 2 ตัวแปร

$$\phi(x, y) = x^2 + y^2$$

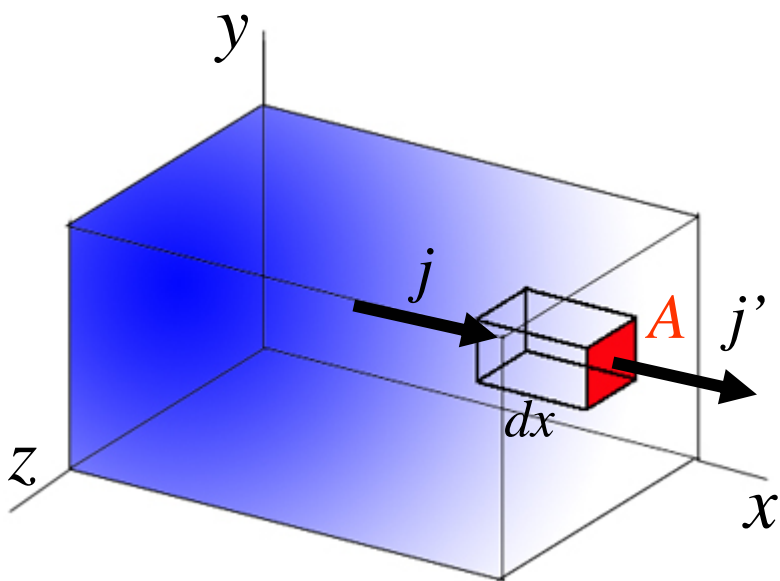
$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \phi &= \frac{\partial \phi}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \hat{j} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2) + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} (x^2 + y^2) \\ &= 2x \hat{i} + 2y \hat{j}\end{aligned}$$



# สมการการฟุ้ง

พิจารณาปริมาตรเล็กๆ  $dV$  ความยาว  $dx$  พื้นที่หน้าตัด  $A$  ที่ตั้งฉากกับแกน  $x$  ดังรูป ให้กระแสโมเลกุลที่ไหลเข้ามาในปริมาตรทางผนังด้านซ้ายเท่ากับ  $j$  และกระแสโมเลกุลที่ไหลออกทางผนังด้านขวาเท่ากับ  $j'$  จากกฎการอนุรักษ์ของมวลจะได้ว่า

$$\text{จำนวนโมเลกุลที่สะสมในปริมาตร} = \text{โมเลกุลที่ไหลเข้า} - \text{โมเลกุลที่ไหลออก}$$



จำนวนโมเลกุลที่สะสมในปริมาตรหาได้จาก

$$n dV$$

อัตราการสะสมโมเลกุลในปริมาตรคือ

$$\frac{\partial n}{\partial t} dV$$

$j$  เป็นจำนวนอนุภาคซึ่งเคลื่อนผ่าน ต่อพื้นที่ ต่อหนึ่งหน่วยเวลา ดังนั้นจำนวนโมเลกุลที่ไหลเข้าปริมาตรต่อหนึ่งหน่วยเวลาคือ  $jA$  และจำนวนโมเลกุลที่ไหลออกคือ  $j'A$

อัตราการสะสมโมเลกุลในปริมาตร = อัตราการไหลเข้า - อัตราการไหลออก

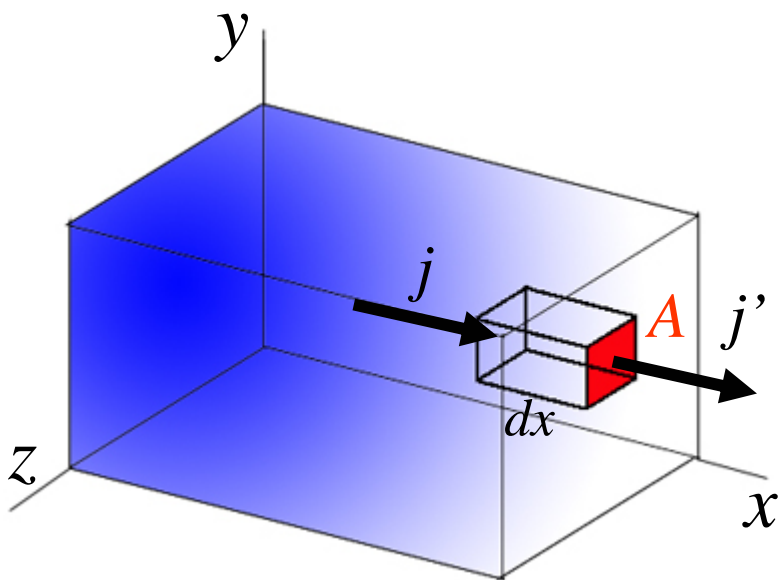
$$\frac{\partial n}{\partial t} dV = jA - j'A = -(j' - j)A = -(dj)A$$

หรือ

$$\frac{\partial n}{\partial t} dV = -\frac{\partial j}{\partial x} A dx$$

และเมื่อแทนค่า

$$dV = A dx$$



จะได้ว่า

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial j}{\partial x}$$

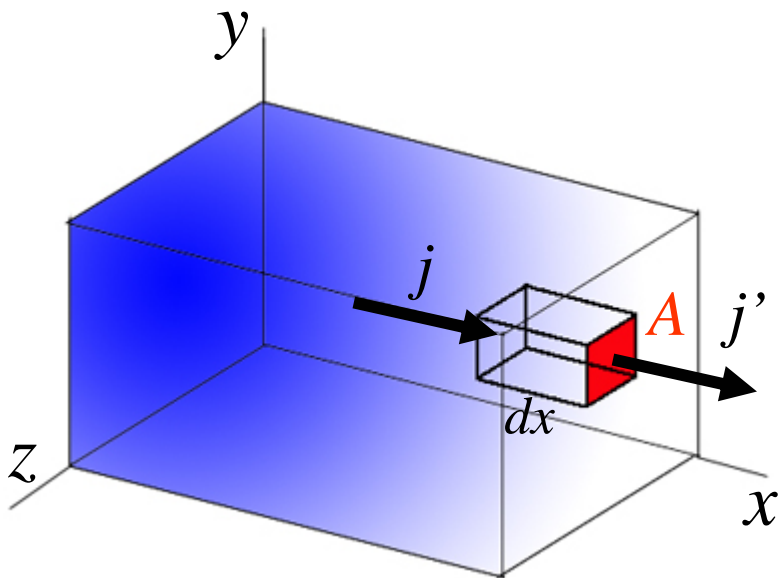
และเมื่อแทนค่ากฎของฟิคส์จะได้ว่า

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \leftarrow \text{กฎข้อที่ 2 ของฟิคส์}$$

สมการนี้มีชื่อว่า สมการการฟุ้ง หรือ (diffusion equation) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสองหลายตัวแปร คำตอบของสมการคือ

$$n = n(x, t)$$

จะบอกค่าความเข้มข้นที่ตำแหน่ง  $x$  และเวลา  $t$  ต่างๆ



การหาคำตอบทั่วไปของสมการนี้ค่อนข้างซับซ้อน ดังนั้นเราจะพิจารณากรณีพิเศษ

| หนังสืออิเล็กทรอนิกส์    |                               |
|--------------------------|-------------------------------|
| ฟิสิกส์ 1(ภาคกลศาสตร์(   | ฟิสิกส์ 1 (ความร้อน)          |
| ฟิสิกส์ 2                | กลศาสตร์เวกเตอร์              |
| โลหะวิทยาฟิสิกส์         | เอกสารคำสอนฟิสิกส์ 1          |
| ฟิสิกส์ 2 (บรรยาย(       | แก้ปัญหาฟิสิกส์ด้วยภาษา C     |
| ฟิสิกส์พิศวง             | สอนฟิสิกส์ผ่านทางอินเทอร์เน็ต |
| ทดสอบออนไลน์             | วิดีโอการเรียนการสอน          |
| หน้าแรกในอดีต            | แผ่นใสการเรียนการสอน          |
| เอกสารการสอน PDF         | กิจกรรมการทดลองทางวิทยาศาสตร์ |
| แบบฝึกหัดออนไลน์         | สุดยอดสิ่งประดิษฐ์            |
| การทดลองเสมือน           |                               |
| บทความพิเศษ              | ตารางธาตุไทย1) 2 (Eng)        |
| พจนานุกรมฟิสิกส์         | ลับสมองกับปัญหาฟิสิกส์        |
| ธรรมชาติมหัศจรรย์        | สูตรพื้นฐานฟิสิกส์            |
| การทดลองมหัศจรรย์        | ดาราศาสตร์ราชมงคล             |
| แบบฝึกหัดกลาง            |                               |
| แบบฝึกหัดโลหะวิทยา       | แบบทดสอบ                      |
| ความรู้รอบตัวทั่วไป      | อะไรเอ่ย ?                    |
| ทดสอบ)เกมเศรษฐี(         | คดีปริศนา                     |
| ข้อสอบเอนทรานซ์          | เฉลยกลศาสตร์เวกเตอร์          |
| คำศัพท์ประจำสัปดาห์      |                               |
| ความรู้รอบตัว            |                               |
| การประดิษฐ์ของโลก        | ผู้ได้รับโนเบลสาขาฟิสิกส์     |
| นักวิทยาศาสตร์เทศ        | นักวิทยาศาสตร์ไทย             |
| ดาราศาสตร์พิศวง          | การทำงานของอุปกรณ์ทางฟิสิกส์  |
| การทำงานของอุปกรณ์ต่าง ๆ |                               |

|  <b>การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ 1</b> <span style="float: right;"></span> ผ่านทางอินเทอร์เน็ต         |   |
|--|---|
| 1. การวัด  | 2. เวกเตอร์                                   |
| 3. การเคลื่อนที่แบบหนึ่งมิติ   | 4. การเคลื่อนที่บนระนาบ                       |
| 5. กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน  | 6. การประยุกต์กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน        |
| 7. งานและพลังงาน   | 8. การดลและโมเมนตัม                           |
| 9. การหมุน   | 10. สมดุลของวัตถุแข็งเกร็ง                    |
| 11. การเคลื่อนที่แบบคาบ  | 12. ความยืดหยุ่น                              |
| 13. กลศาสตร์ของไหล   | 14. ปริมาณความร้อน และ กลไกการถ่ายโอนความร้อน |
| 15. กฎข้อที่หนึ่งและสองของเทอร์โมไดนามิก   | 16. คุณสมบัติเชิงโมเลกุลของสสาร               |
| 17. คลื่น  | 18. การสั่น และคลื่นเสียง                     |
|  <b>การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ 2</b> <span style="float: right;"></span> ผ่านทางอินเทอร์เน็ต         |   |
| 1. ไฟฟ้าสถิต   | 2. สนามไฟฟ้า                                  |
| 3. ความกว้างของสายฟ้า  | 4. ตัวเก็บประจุและการต่อตัวต้านทาน            |
| 5. ศักย์ไฟฟ้า  | 6. กระแสไฟฟ้า                                 |
| 7. สนามแม่เหล็ก  | 8. การเหนี่ยวนำ                               |
| 9. ไฟฟ้ากระแสสลับ  | 10. ทรานซิสเตอร์                              |
| 11. สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและเสาอากาศ   | 12. แสงและการมองเห็น                          |
| 13. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ  | 14. กลศาสตร์ควอนตัม                           |
| 15. โครงสร้างของอะตอม  | 16. นิวเคลียร์                                |
|  <b>การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ทั่วไป</b> <span style="float: right;"></span> ผ่านทางอินเทอร์เน็ต |   |
| 1. จลศาสตร์ (kinematic)  | 2. จลพลศาสตร์ (kinetics)                      |
| 3. งานและโมเมนตัม  | 4. ซิมเปิลฮาร์โมนิก คลื่น และเสียง            |
| 5. ของไหลกับความร้อน   | 6. ไฟฟ้าสถิตกับกระแสไฟฟ้า                     |
| 7. แม่เหล็กไฟฟ้า   | 8. คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ากับแสง                   |
| 9. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ อะตอม และนิวเคลียร์   |   |

