

กฎของก๊าซอุดมคติ

จากการพิจารณาแบบจำลองของก๊าซในอุดมคติเราพบว่า

- The Pressure-Energy relation:

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \langle KE \rangle$$

- The Equipartition Principle:

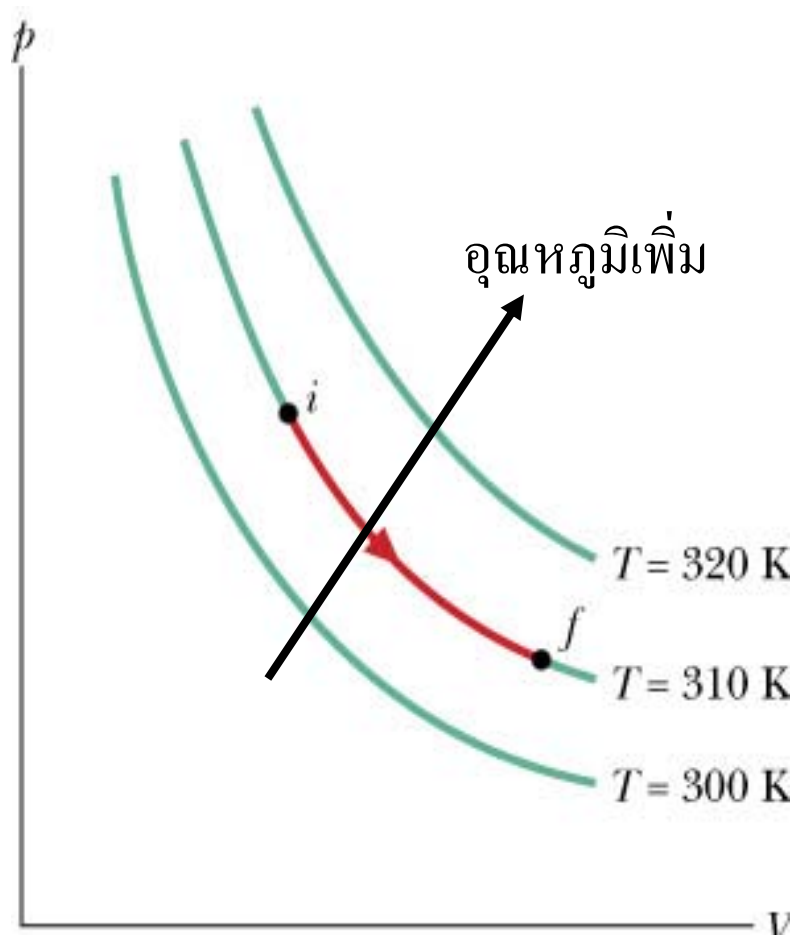
$$\langle KE \rangle = \frac{1}{2} m \left\{ \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle \right\} = \frac{3}{2} kT$$

คิดเฉพาะการเคลื่อนที่ของศูนย์กลางมวล เพราะการหมุนและการสั่นไม่มีผลต่อความดัน

- เมื่อรวมทั้งสองเข้าด้วยกันจะได้ กฎของก๊าซอุดมคติ หรือ Ideal Gas Law:

$$pV = NkT$$

P-V diagrams

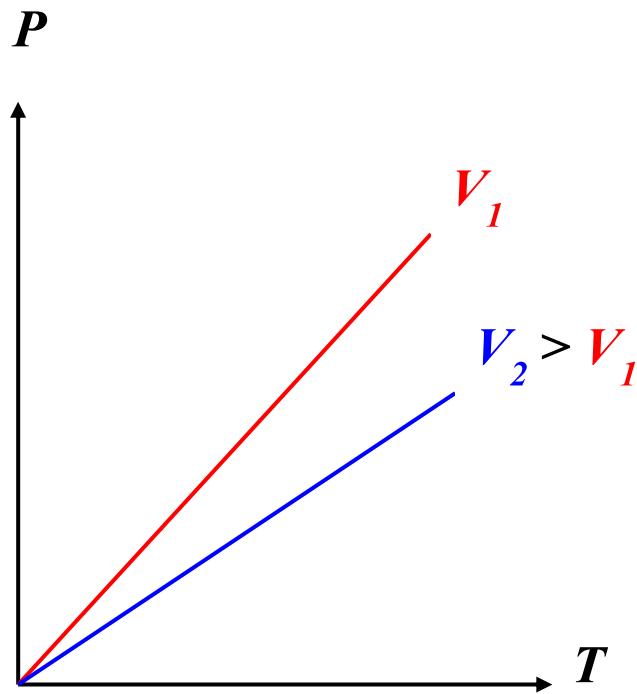


ถ้าให้อุณหภูมิมีค่าคงที่ เราจะสามารถเขียนกราฟระหว่าง P และ V ได้ดังรูป

$$P(V) = NkT \frac{1}{V}$$

เราเรียกการเปลี่ยนแปลงที่อุณหภูมิคงที่ว่า “ Isothermal ”

P-T diagram



ถ้าเราพิจารณาระบบก๊าซที่มีปริมาตรคงที่
กราฟระหว่าง P และ T จะเป็นกราฟ
เส้นตรง

$$P(T) = \frac{Nk}{V} T$$

จะเห็นว่าความดันจะเป็นศูนย์เมื่ออุณหภูมิ
เข้าสู่ศูนย์เคลวิน

โมเลกุลของก๊าซไม่มีความเร็ว -> ไม่มีโมเลกุลวิ่งชนผนัง

Avogadro's constant และ ideal gas constant

ในบางครั้งเราจะบอกจำนวนอะตอมหรือโมเลกุลเป็น โมล (mole), “ n ”

ถ้าให้จำนวนโมเลกุลเป็น N จำนวนโมลนิยามโดย

$$n = \frac{N}{N_A}$$

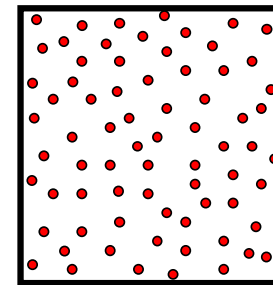
$$N_A = 6.023 \times 10^{23} \text{ molecules/mole} \\ = \text{Avogadro's constant}$$

- Ideal gas law: $pV = NkT = n(N_A k) T = n RT$

เราจะได้ว่า $R = N_A k$ คือค่าคงที่ของก๊าซ gas constant มีค่าเท่ากับ $8.314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$

- ตัวอย่าง ลองพิจารณาปริมาตรของก๊าซ 1 โมล ที่อุณหภูมิและความดันมาตรฐาน หรือ **standard temperature and pressure (STP)**:

$$T = 0 \text{ }^\circ\text{C} = 273 \text{ K} \quad p = 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$



$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{(1 \text{ mole})(8.31 \text{ J/mol}\cdot\text{K})(273 \text{ K})}{1.01 \times 10^5 \text{ Pa}} = 22.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 22.4 \text{ liters}$$

ก๊าซจริงและก๊าซอุดมคติ

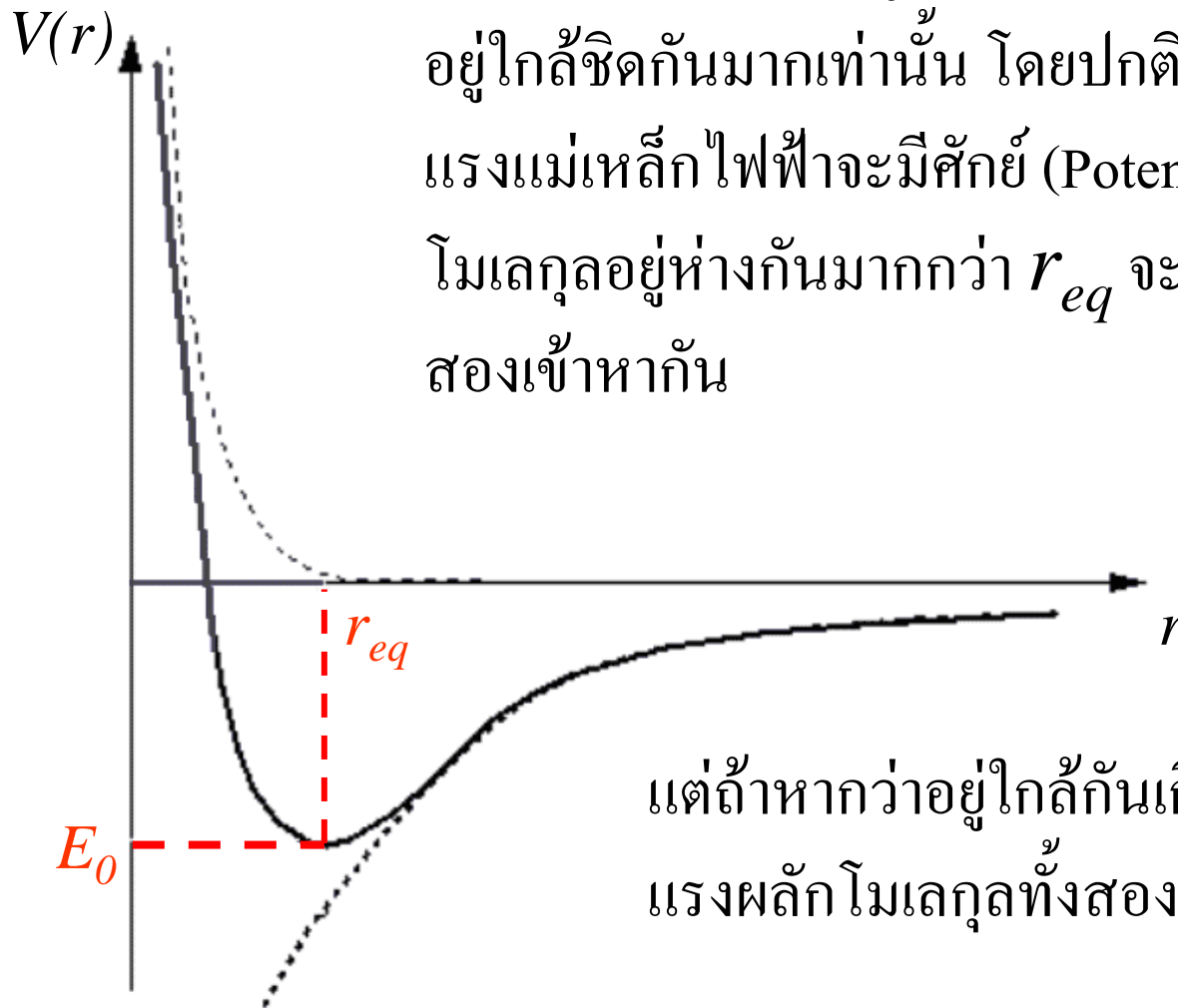
กฎของก๊าซอุดมคติไม่สามารถที่จะนำมาใช้กับก๊าซจริงได้ทุกกรณี โดยเฉพาะในกรณีที่อุณหภูมิลดลงต่ำใกล้จุดกลั่นตัว หรือเมื่อความหนาแน่นของก๊าซมีค่ามากๆ คุณสมบัติของก๊าซจริงจะต่างกับก๊าซอุดมคติมาก

การกฎของก๊าซอุดมคติใช้ไม่ได้กับก๊าซจริงมีเหตุผลหลักๆอยู่สองส่วนคือ

- 1) ก๊าซอุดมคติไม่มีแรงกระทำระหว่างกัน แต่ก๊าซจริงมีแรงทางไฟฟ้ากระทำระหว่างกันซึ่งเรียกว่าแรงแวนเดอร์วาล
- 2) โมเลกุลของก๊าซมีขนาดทำให้ปริมาตรที่อยู่ในสูตรกฎของก๊าซไม่ใช่ปริมาตรจริงๆ แต่รวมเอาปริมาตรของโมเลกุลก๊าซเข้าไปด้วย

แรงแวนเดอวาล (Van der Waal Force)

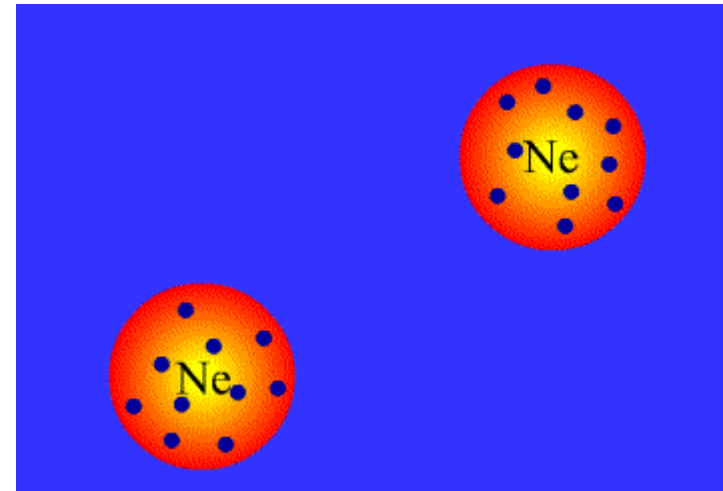
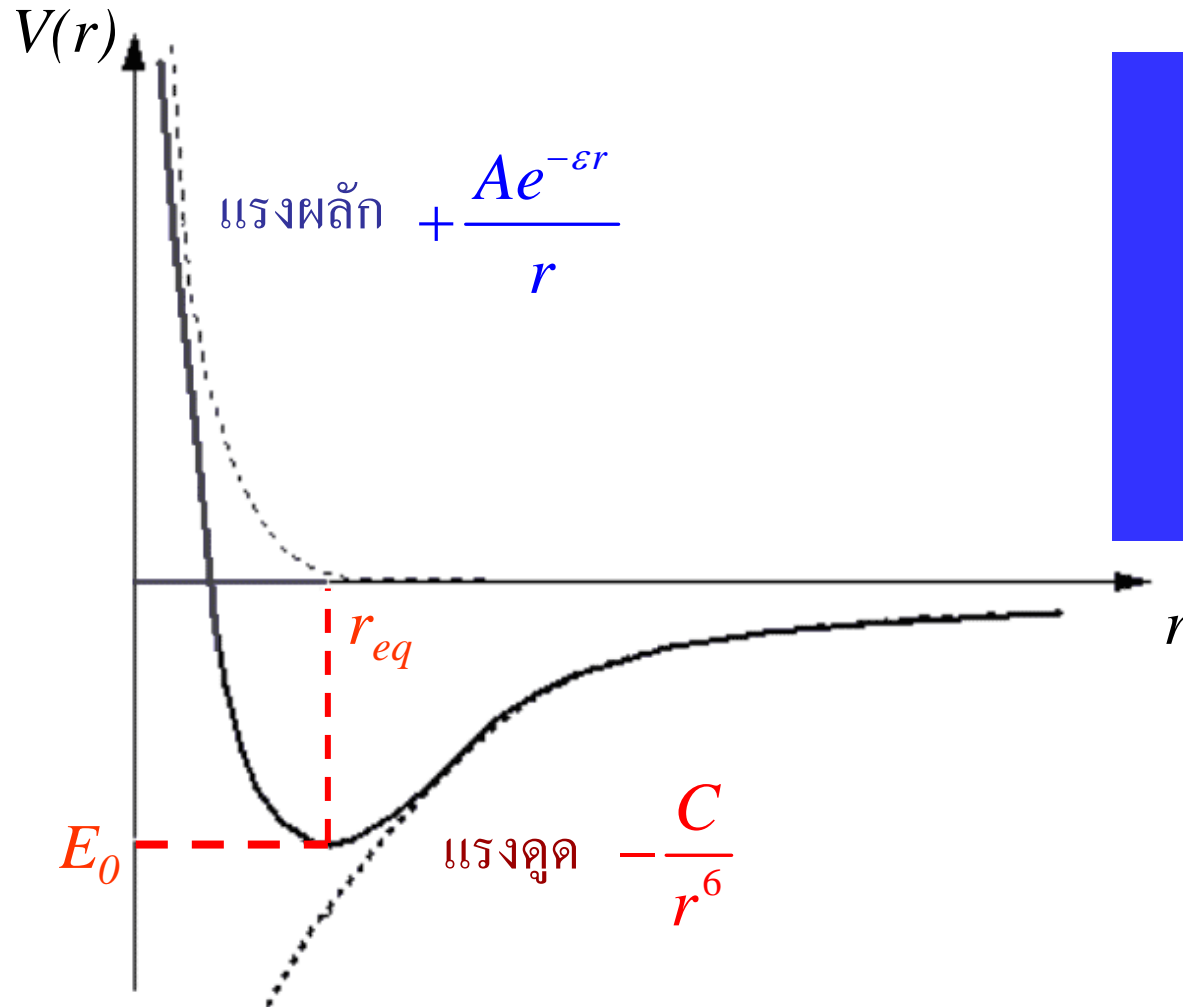
โดยปกติแล้วแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลจะเกิดขึ้นเมื่อ โมเลกุล อยู่ใกล้ชิดกันมากเท่านั้น โดยปกติแรงระหว่างโมเลกุลซึ่งเป็น แรงแม่เหล็กไฟฟ้าจะมีศักย์ (Potential) ดังรูป ซึ่งถ้าทั้งสอง โมเลกุลอยู่ห่างกันมากกว่า r_{eq} จะเกิดแรงดึงดูดโมเลกุลทั้งสองเข้าหากัน



แต่ถ้าหากว่าอยู่ใกล้กันเกินกว่า r_{eq} จะเกิด แรงผลัก โมเลกุลทั้งสองออกจากกัน

แรงแวนเดอวาล (Van der Waal Force)

“Van der Waals force are weakly attractive forces that hold non-polar molecules together.”



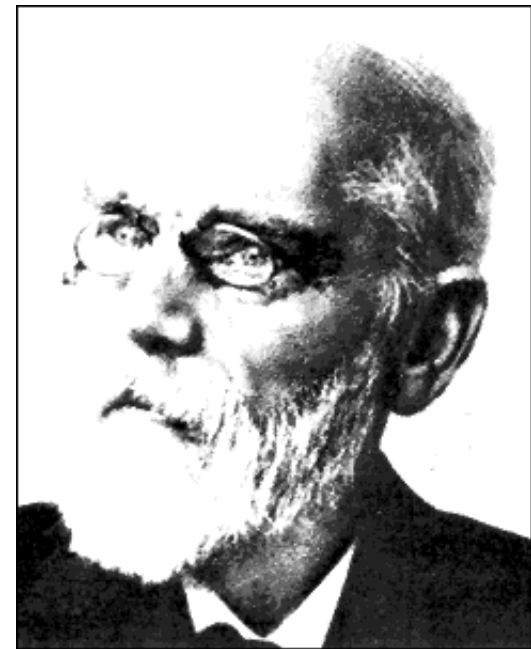
$$V(r) = \frac{Ae^{-\epsilon r}}{r} - \frac{C}{r^6}$$

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}V$$

แวนเดอวาล์

แวนเดอวาล์ (Johannes Diderik van der Waals)
นักฟิสิกส์ชาวฮอลแลนด์ เสนอว่าผลรวมของแรง
ดึงดูดระหว่างโมเลกุลขึ้นอยู่กับ ผลรวมของ
จำนวนพันธะระหว่างโมเลกุล ซึ่งแปรตามกำลัง
สองของ N/V หรือความหนาแน่นของโมเลกุล
ดังนั้นความดันที่วัดได้คือ P จะมีค่าไม่เท่ากับ
ความดันจริงๆหรือ P' โดย

$$P = P' - a \left(\frac{N}{V} \right)^2$$



Professor Van Der Waals

เคลลาเซี่ยส



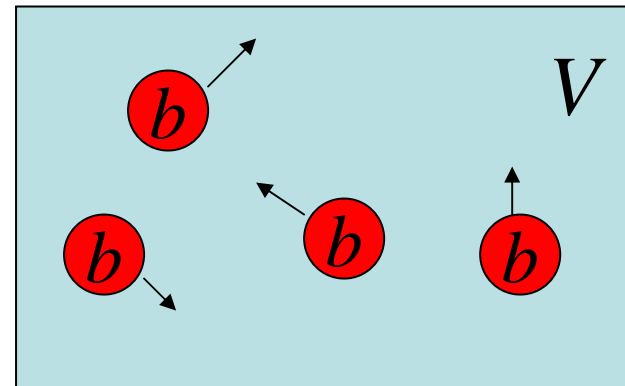
Rudolf Clausius 1822 -1888

ผู้เสนอกฎสองข้อของเทอร์โมไดนามิก

เคลลาเซี่ยส (Rudolf Clausius) นักฟิสิกส์ชาวเยอรมันเสนอว่าเราควรแทนปริมาตรของก๊าซด้วย

$$V' = V - Nb$$

เมื่อ b คือส่วนลดของปริมาตรของก้อนก๊าซเนื่องจากปริมาตรของโมเลกุลก๊าซ



สมการแวนเดอวาล (Van der Waal equation)

แวนเดอวาลเสนอว่าควรแทนค่า

$$P' = P + a \left(\frac{N}{V} \right)^2 \quad \text{และ} \quad V' = V - Nb$$

ลงในกฎของก๊าซอุดมคติ $P'V' = NkT$

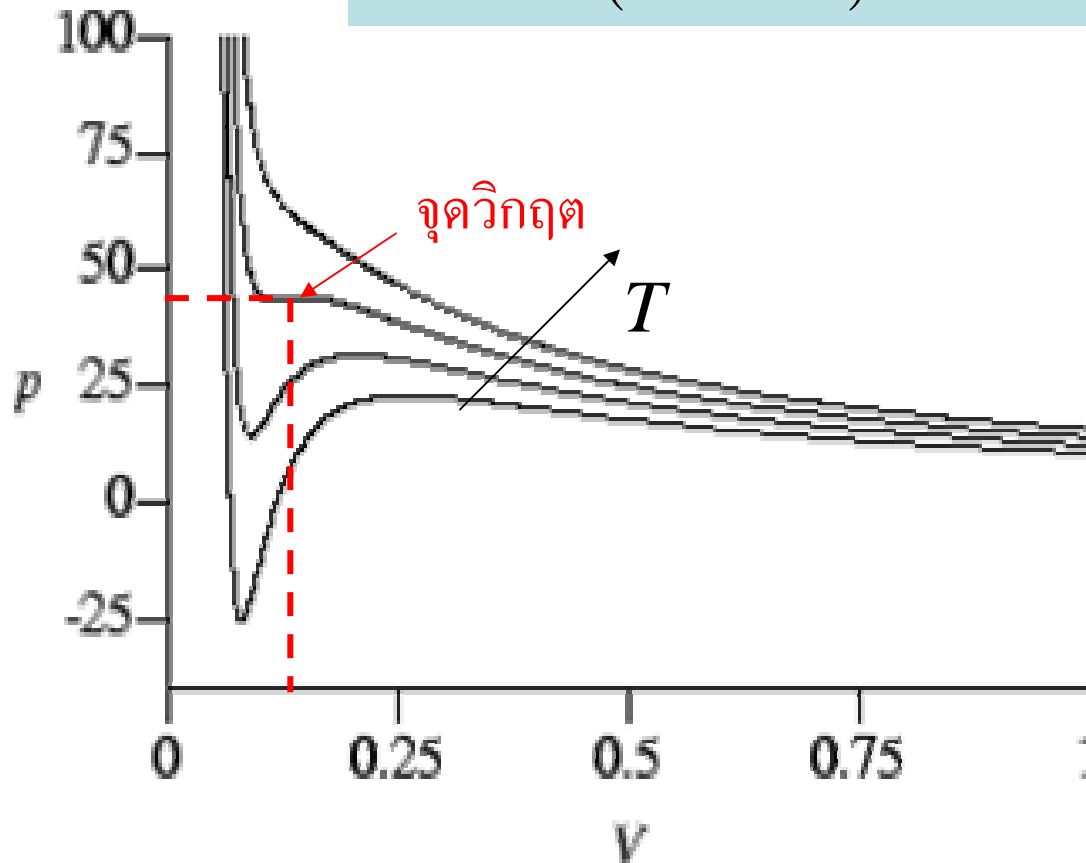
ซึ่งจะได้สมการที่เรียกว่า “สมการแวนเดอวาล”

$$\left(P + a \left(\frac{N}{V} \right)^2 \right) (V - Nb) = NkT$$

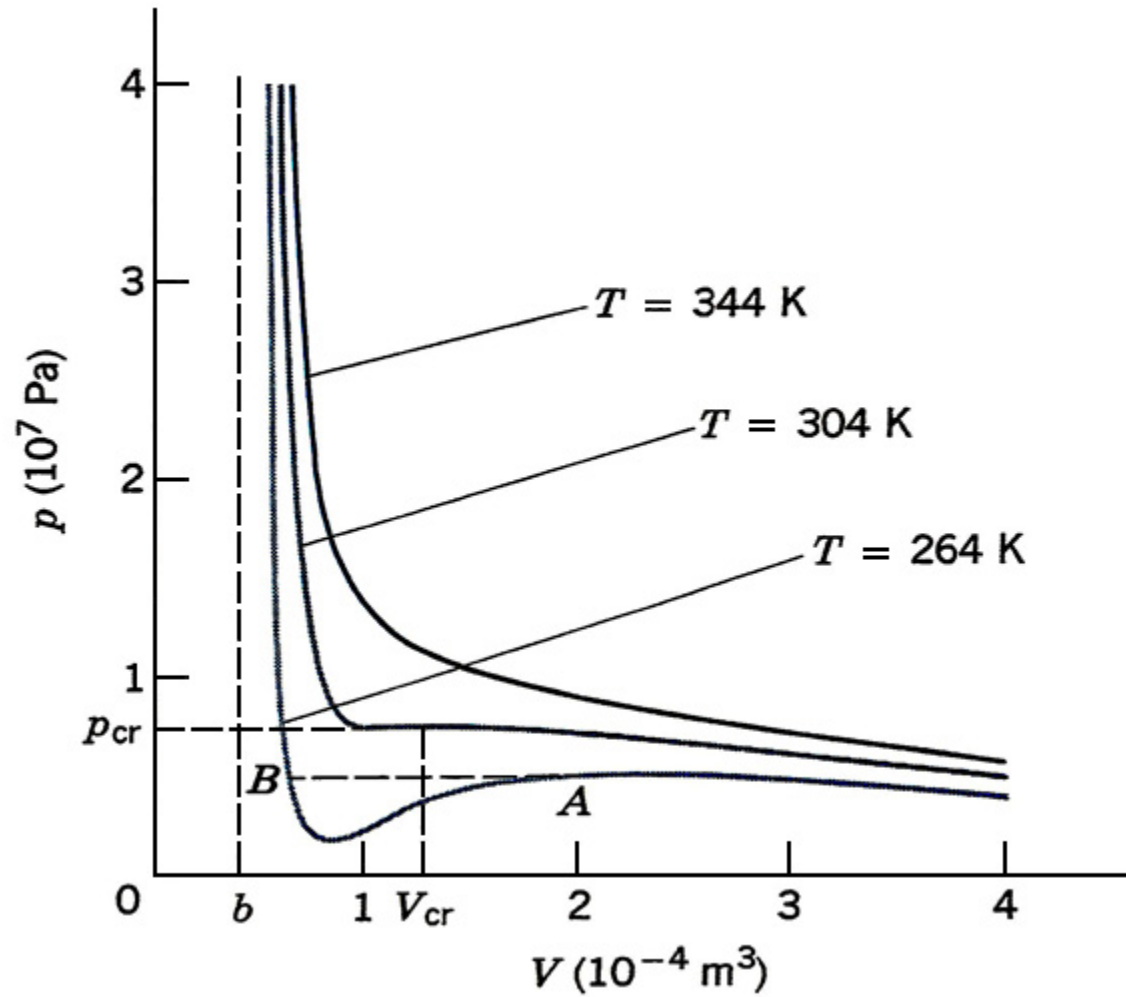
คุณสมบัติของสมการแวนเดอวาล

สมการแวนเดอวาลจัดรูปได้ใหม่เป็น

$$PV^3 - N(kT + Pb)V^2 + N^2aV - N^3ab = 0$$



กราฟ P-V ของก๊าซจริง



Ideal limit

พิจารณาสมการแวนเดอวาล

$$\left(P + a \left(\frac{N}{V} \right)^2 \right) (V - Nb) = NkT$$

N/V คือจำนวนอนุภาคต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรหรือความหนาแน่นอนุภาค
ซึ่งถ้ามีค่าน้อยมากๆ $N/V \ll 1$

$$\left. \begin{aligned} P + a \left(\frac{N}{V} \right)^2 &\approx P, \\ V - Nb = V \left(1 - \frac{N}{V} b \right) &\approx V \end{aligned} \right\}$$



จะได้สมการของก๊าซอุดมคติ

$$PV = NkT$$

การหาค่า a และ b

จัดรูปสมการแวนเดอวาลเสียใหม่

$$P = \frac{NkT}{V - Nb} - \frac{aN^2}{V^2}$$

พิจารณาค่าของ ความดัน ปริมาตร และ อุณหภูมิ ที่จุดวิกฤต P_c, V_c, T_c ตามลำดับ ซึ่งที่จุดนั้น

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -\frac{NkT_c}{(V_c - Nb)^2} + \frac{2aN^2}{V_c^3} = 0$$

และ

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial V^2}\right)_T = \frac{2NkT_c}{(V_c - Nb)^3} - \frac{6aN^2}{V_c^4} = 0$$

จับทั้งสองสมการหารกันจะได้ว่า

$$V_c - Nb = \frac{2V_c}{3}$$

$$b = \frac{V_c}{3N}$$

และ

$$T_c = \frac{8a}{27bk}, \quad P_c = \frac{a}{27b^2}$$

สรุป

$$a = \frac{9V_c kT}{8N}, \quad b = \frac{V_c}{3N}$$

ซึ่งสามารถวัดได้จากการทดลอง

V_{rms} (Root mean square speed)

จาก Equipartition Principle

$$\langle KE \rangle = \frac{1}{2} m \left\{ \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle \right\} = \frac{3}{2} kT$$

ทำให้เราสามารถหาค่าเฉลี่ยของอัตราเร็วกำลังสองของโมเลกุลก๊าซได้



$$\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle = \frac{3kT}{m}$$

รากที่สองของค่าเฉลี่ยข้างบนมีชื่อว่า V_{rms} หรือ Root mean square speed

$$v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

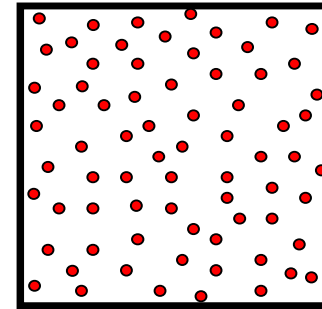
ตารางแสดง V_{rms} ของก๊าซบางชนิดที่อุณหภูมิห้อง (300K)

Gas	มวลต่อโมล (10^{-3} kg/mol)	v_{rms} (m/s)
Hydrogen (H ₂)	2.02	1920
Helium (He)	4.0	1370
ไอน้ำ (H ₂ O)	18.0	645
Nitrogen (N ₂)	28.0	517
Oxygen (O ₂)	32.0	483
Carbon dioxide (CO ₂)	44.0	412
Sulfur dioxide (SO ₂)	64.1	342

การแจกแจงความเร็วของโมเลกุลก๊าซ

เราทราบกันแล้วว่า v_{rms} สามารถคำนวณได้จากอุณหภูมิของก๊าซ ความเร็วนี้เป็นค่าเฉลี่ยชนิดหนึ่ง จึงไม่ได้หมายความว่าทุกๆ โมเลกุลของก๊าซมีความเร็วเท่ากับ v_{rms} ยกตัวอย่างเช่น พิจารณาก๊าซ N โมเลกุลในกล่องปิด



เราอาจจะเขียนตารางแจกแจงความเร็วของโมเลกุลแต่ละตัวได้ดังนี้

โมเลกุลที่	1	2	3	...	N
ความเร็ว	v_1	v_2	v_3	...	v_N

โมเมนต์ที่	1	2	3	...	N
ความเร็ว	v_1	v_2	v_3	...	v_N

จากตารางแจกแจงความเร็วนี้ เราสามารถคำนวณหา v_{rms} ได้เป็น

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \{ v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots + v_N^2 \}}$$

ค่า v_{rms} โดยทั่วไปจะมีค่าไม่เท่ากับค่าอัตราเร็วเฉลี่ย (Average speed) หรือ v_{avg} โดยที่

$$v_{avg} = \frac{1}{N} \{ v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_N \}$$

ตัวอย่าง พิจารณาก๊าซในภาชนะปิดที่มีการแจกแจงความเร็วของแต่ละโมเลกุลดังตารางข้างล่าง

ความเร็ว (m/s)	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1,000
จำนวน โมเลกุล	20	80	250	380	320	240	120	70	15	5

จำนวนโมเลกุลทั้งหมดคือ

$$N = 20 + 80 + 250 + 380 + 320 + 240 + 120 + 70 + 15 + 5 = 1,500$$

จำนวนโมเลกุลที่มีอัตราเร็วเท่ากับ 300 m/s มีทั้งหมดเท่ากับ $N_{300} = 250$

จะได้ว่าความน่าจะเป็นที่จะเจอ โมเลกุลที่มีความเร็วเท่ากับ 300 m/s มีค่าเท่ากับ

$$P_{v=300} = \frac{N_{v=300}}{N} = \frac{250}{1,500} = \frac{1}{6} = 0.166$$

ความเร็ว (m/s)	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1,000
จำนวน โมเลกุล	20	80	250	380	320	240	120	70	15	5
P_v	0.013	0.053	0.166	0.253	0.213	0.160	0.080	0.046	0.010	0.003

อัตราเร็วเฉลี่ยของโมเลกุลก๊าซสามารถคำนวณได้จาก

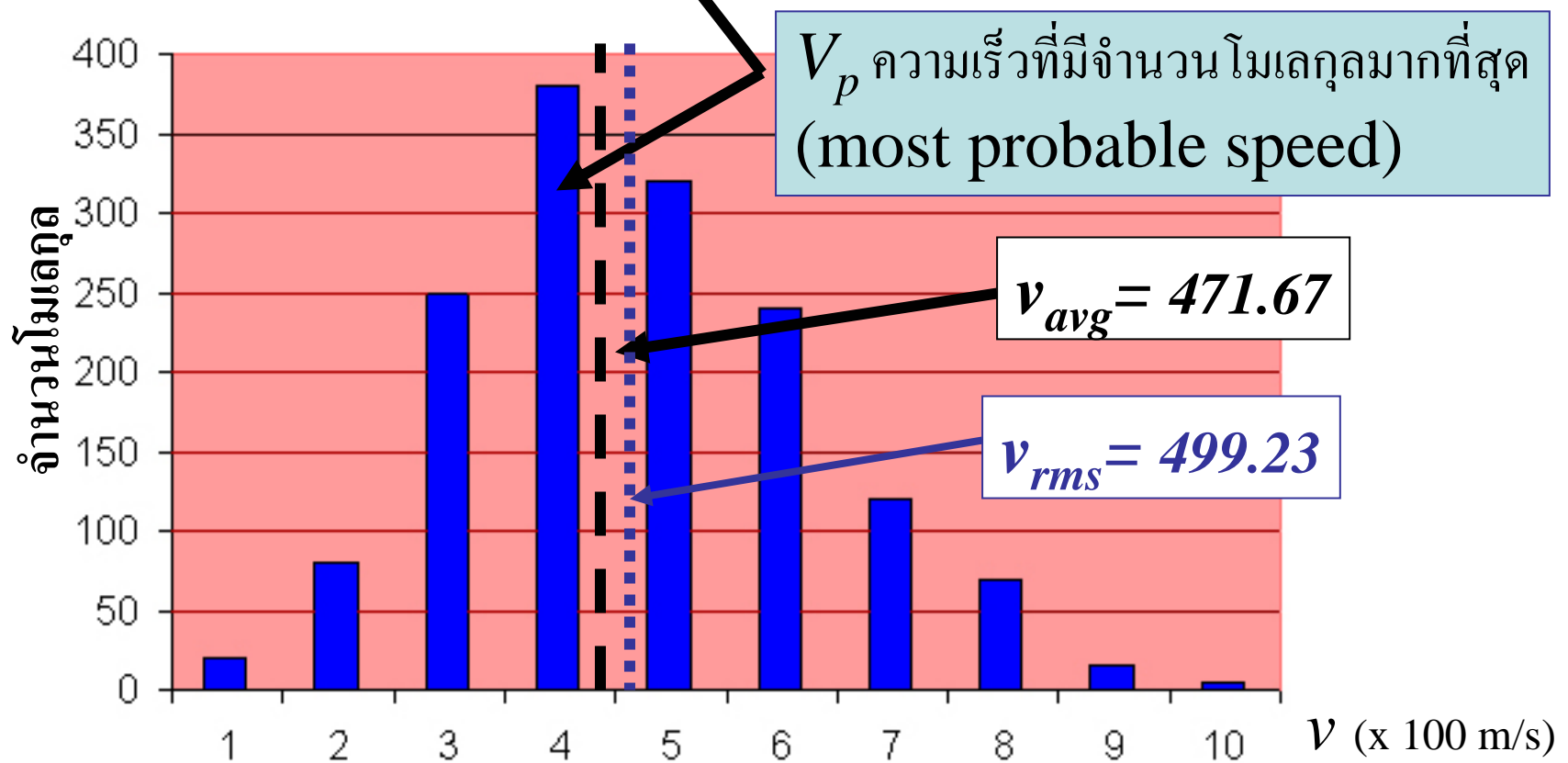
$$\begin{aligned}
 v_{avg} &= \frac{1}{N} \sum_{v=100}^{1,000} n_v v = \sum_{v=100}^{1,000} P_v v \\
 &= \left(\frac{20}{1,500} \times 100 \right) + \left(\frac{80}{1,500} \times 200 \right) + \dots + \left(\frac{5}{1,500} \times 1,000 \right) \\
 &= \frac{707,500}{1,500} = 471.67 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

ความเร็ว (m/s)	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1,000
จำนวน โมเลกุล	20	80	250	380	320	240	120	70	15	5
P_v	0.013	0.053	0.166	0.253	0.213	0.160	0.080	0.046	0.010	0.003

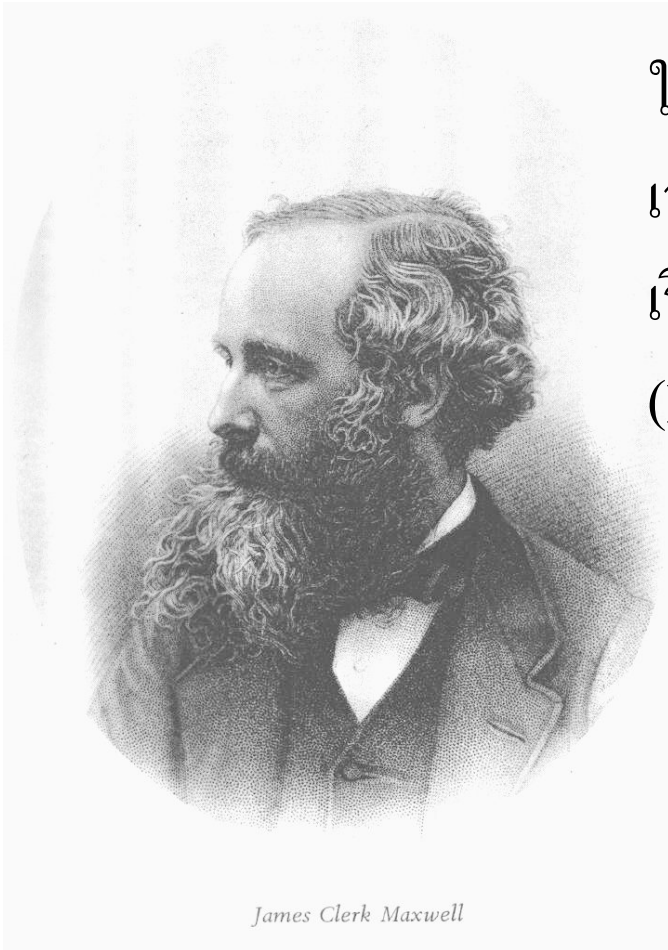
v_{rms} ของโมเลกุลก๊าซสามารถคำนวณได้จาก

$$\begin{aligned}
 v_{rms} &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{v=100}^{1,000} n_v v^2} = \sqrt{\sum_{v=100}^{1,000} P_v v^2} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{20}{1,500} \times 100^2\right) + \left(\frac{80}{1,500} \times 200^2\right) + \dots + \left(\frac{5}{1,500} \times 1,000^2\right)} \\
 &= \sqrt{249233.3} = 499.23 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

ความเร็ว (m/s)	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1,000
จำนวน โมเลกุล	20	80	250	380	320	240	120	70	15	5
P_v	0.013	0.053	0.166	0.253	0.213	0.160	0.080	0.046	0.010	0.003



การแจกแจงอัตราเร็วของโมเลกุลก๊าซ



ในปี ค.ศ. 1852 นักฟิสิกส์ชาวสก็อต เจมส์ คราก แมกซ์ เวลล์ เสนอการแจกแจงอัตราเร็วของก๊าซในอุดมคติ ซึ่งเรียกกันว่า การแจกแจงอัตราเร็วแบบแมกซ์เวลล์ หรือ (Maxwell speed distribution)

แมกซ์เวลล์แสดงให้เห็นว่า ความน่าจะเป็นที่จะพบโมเลกุลที่มีอัตราเร็ว V นั้นขึ้นอยู่กับอุณหภูมิของก๊าซ

Maxwell speed distribution

โดยที่ความน่าจะเป็นที่จะพบโมเลกุลที่มีอัตราเร็ว v สามารถเขียนได้เป็น

$$P(v) = 4\pi \left(\frac{M}{2\pi RT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp \left\{ -\frac{Mv^2}{2RT} \right\}$$

โดยที่

- M คือ มวลต่อหนึ่งโมลของก๊าซ
- R คือค่าคงที่ของก๊าซ (Gas constant)
- T คืออุณหภูมิของก๊าซ

หรือ เขียนในรูปที่อยู่ในหนังสือฟิสิกส์ 1

$$P(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp \left\{ -\frac{mv^2}{2kT} \right\}$$

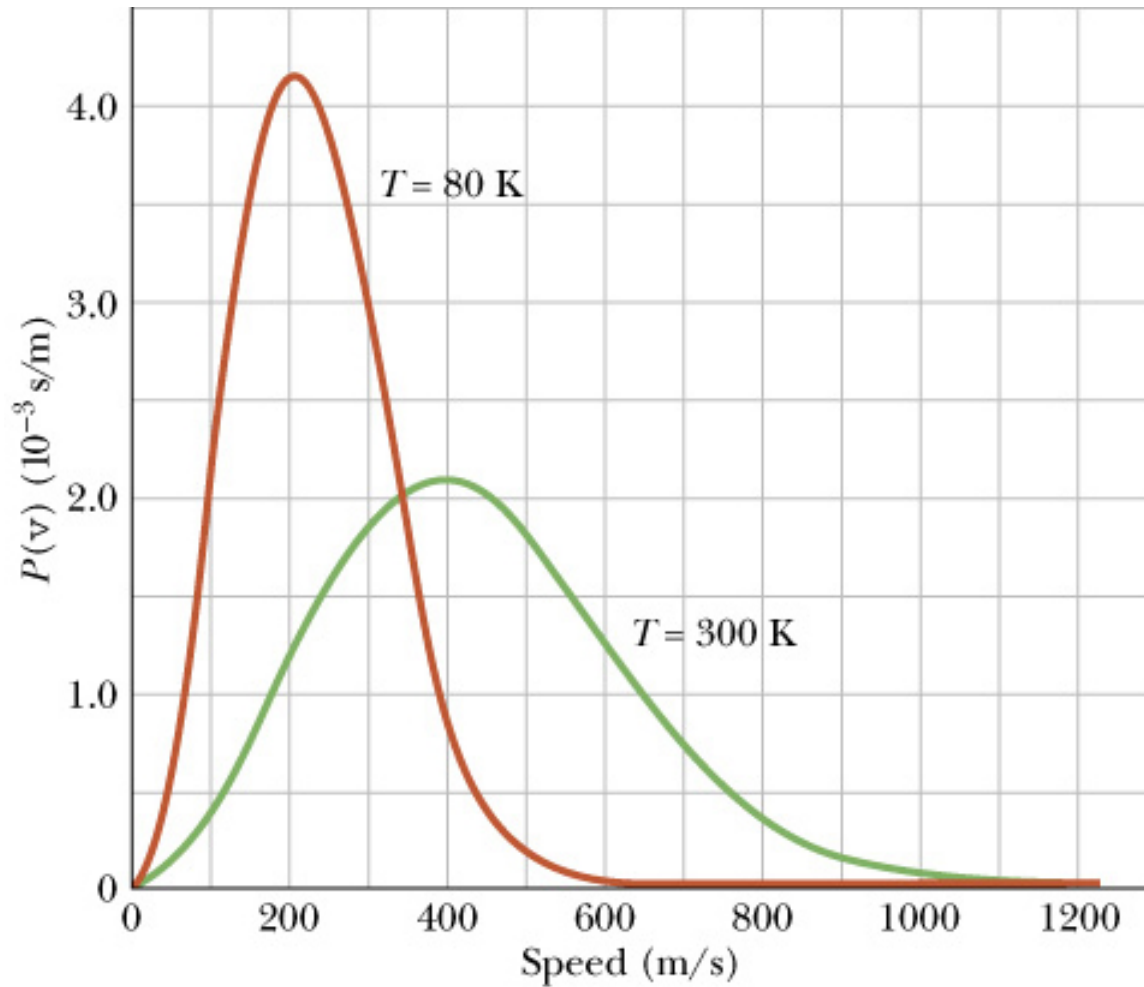
โดยที่

m คือ มวลของโมเลกุลก๊าซ

k คือค่าคงที่ $k = 1.38 \times 10^{-23}$

T คืออุณหภูมิของก๊าซ

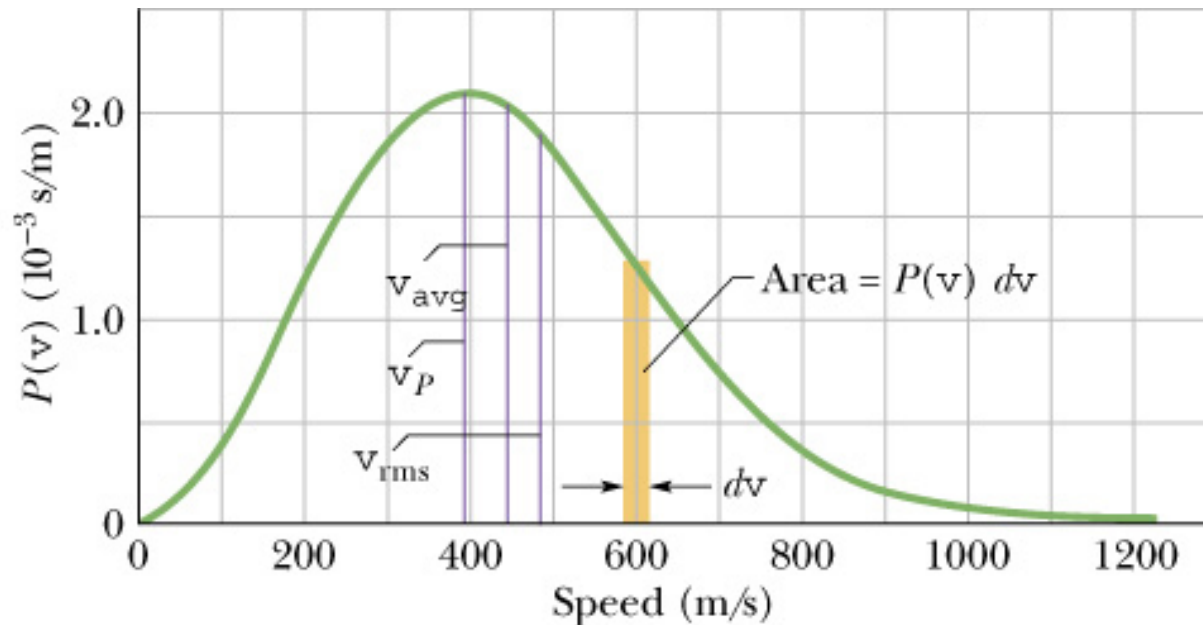
กราฟการแจกแจงอัตราเร็วก๊าซแบบแมกซ์เวลล์



(b)

กราฟแสดงการแจกแจง
อัตราเร็วของก๊าซ เปรียบเทียบ
ระหว่างก๊าซที่อุณหภูมิ 80K กับ
ก๊าซที่อุณหภูมิ 300K

สำหรับความเร็ว v ใดๆ ปริมาณ $P(v)dv$ คืออัตราส่วนของโมเลกุลที่มีความเร็วอยู่ในช่วง v ถึง $v+dv$ ต่อโมเลกุลทั้งหมด



จากรูป $P(v)dv$ เป็นพื้นที่ของแท่งสี่น้ำตาตล ซึ่งมีความสูง $P(v)$ และกว้าง dv พื้นที่ใต้กราฟจะแสดงสัดส่วนของ โมเลกุลที่มีความเร็วอยู่ระหว่าง 0 ถึง ∞ เนื่องจากทุกๆ โมเลกุลของก๊าซจะมีความเร็วอยู่ในช่วงนี้เราจึงได้ว่า พื้นที่ใต้กราฟมีค่าเท่ากับ 1

หนังสืออิเล็กทรอนิกส์	
ฟิสิกส์ 1(ภาคกลศาสตร์(ฟิสิกส์ 1 (ความร้อน)
ฟิสิกส์ 2	กลศาสตร์เวกเตอร์
โลหะวิทยาฟิสิกส์	เอกสารคำสอนฟิสิกส์ 1
ฟิสิกส์ 2 (บรรยาย(แก้ปัญหาฟิสิกส์ด้วยภาษา C
ฟิสิกส์พิศวง	สอนฟิสิกส์ผ่านทางอินเทอร์เน็ต
ทดสอบออนไลน์	วิดีโอการเรียนการสอน
หน้าแรกในอดีต	แผ่นใสการเรียนการสอน
เอกสารการสอน PDF	กิจกรรมการทดลองทางวิทยาศาสตร์
แบบฝึกหัดออนไลน์	สุดยอดสิ่งประดิษฐ์
การทดลองเสมือน	
บทความพิเศษ	ตารางธาตุ(ไทย1) 2 (Eng)
พจนานุกรมฟิสิกส์	ลับสมองกับปัญหาฟิสิกส์
ธรรมชาติมหัศจรรย์	สูตรพื้นฐานฟิสิกส์
การทดลองมหัศจรรย์	ดาราศาสตร์ราชมงคล
แบบฝึกหัดกลาง	
แบบฝึกหัดโลหะวิทยา	แบบทดสอบ
ความรู้รอบตัวทั่วไป	อะไรเอ่ย ?
ทดสอบ)เกมเศรษฐี(คติปริศนา
ข้อสอบเอนทรานซ์	เฉลยกลศาสตร์เวกเตอร์
คำศัพท์ประจำสัปดาห์	
ความรู้รอบตัว	
การประดิษฐ์ของโลก	ผู้ได้รับโนเบลสาขาฟิสิกส์
นักวิทยาศาสตร์เทศ	นักวิทยาศาสตร์ไทย
ดาราศาสตร์พิศวง	การทำงานของอุปกรณ์ทางฟิสิกส์
การทำงานของอุปกรณ์ต่าง ๆ	

 การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ 1 	
1. การวัด	2. เวกเตอร์
3. การเคลื่อนที่แบบหนึ่งมิติ	4. การเคลื่อนที่บนระนาบ
5. กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน	6. การประยุกต์กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน
7. งานและพลังงาน	8. การดลและโมเมนตัม
9. การหมุน	10. สมดุลของวัตถุแข็งเกร็ง
11. การเคลื่อนที่แบบคาบ	12. ความยืดหยุ่น
13. กลศาสตร์ของไหล	14. ปริมาณความร้อน และ กลไกการถ่ายโอนความร้อน
15. กฎข้อที่หนึ่งและสองของเทอร์โมไดนามิก	16. คุณสมบัติเชิงโมเลกุลของสสาร
17. คลื่น	18. การสั่น และคลื่นเสียง
 การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ 2 	
1. ไฟฟ้าสถิต	2. สนามไฟฟ้า
3. ความกว้างของสายฟ้า	4. ตัวเก็บประจุและการต่อตัวต้านทาน
5. ศักย์ไฟฟ้า	6. กระแสไฟฟ้า
7. สนามแม่เหล็ก	8. การเหนี่ยวนำ
9. ไฟฟ้ากระแสสลับ	10. ทรานซิสเตอร์
11. สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและเสาอากาศ	12. แสงและการมองเห็น
13. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ	14. กลศาสตร์ควอนตัม
15. โครงสร้างของอะตอม	16. นิวเคลียร์
 การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ทั่วไป 	
1. จลศาสตร์ (kinematic)	2. จลพลศาสตร์ (kinetics)
3. งานและโมเมนตัม	4. ซิมเปิลฮาร์โมนิก คลื่น และเสียง
5. ของไหลกับความร้อน	6. ไฟฟ้าสถิตกับกระแสไฟฟ้า
7. แม่เหล็กไฟฟ้า	8. คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ากับแสง
9. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ อะตอม และนิวเคลียร์	

