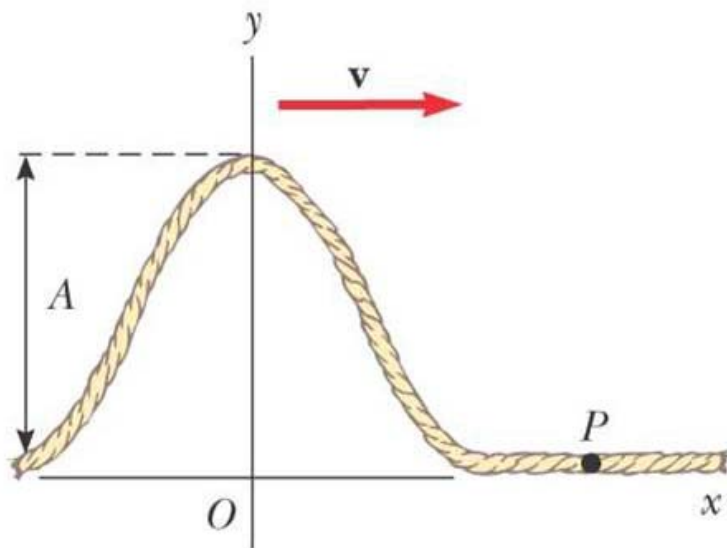
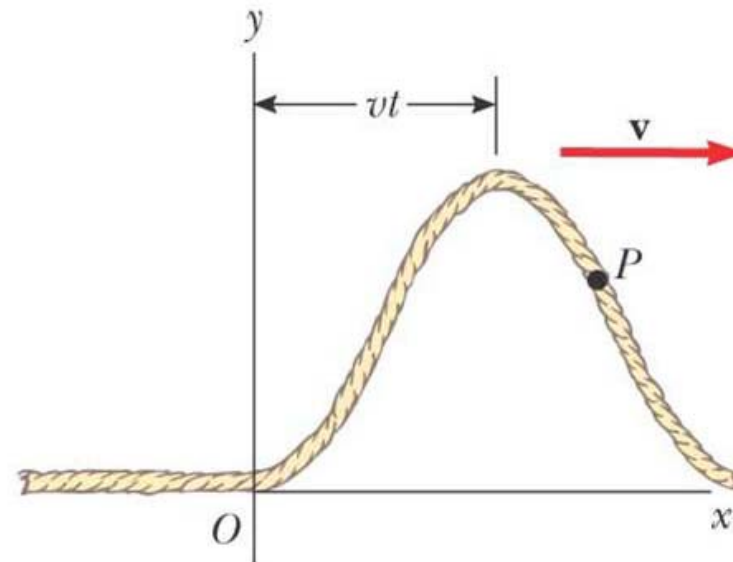


ฟังก์ชันของคลื่นที่เคลื่อนที่

- เราสามารถอธิบายการเคลื่อนที่ของคลื่นด้วยฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์
- พิจารณาคลื่นคลซึ่งเคลื่อนที่ไปทางขวาดังรูป



(a) Pulse at $t = 0$



(b) Pulse at time t

การกระจัดในแนวดิ่ง (y) ของตำแหน่งต่างๆบนเส้นเชือก สามารถเขียนเป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง x และ เวลา t ได้คือ

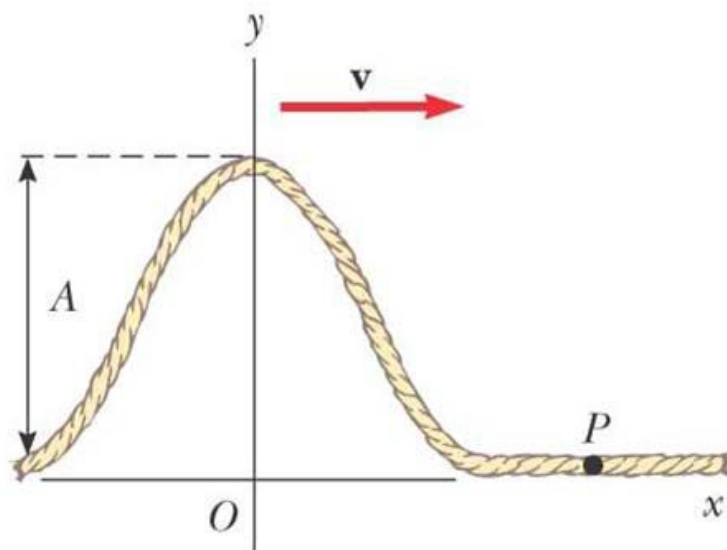
$$y(x,t) = f(x \pm vt)$$

+ ไปทางซ้าย
- ไปทางขวา

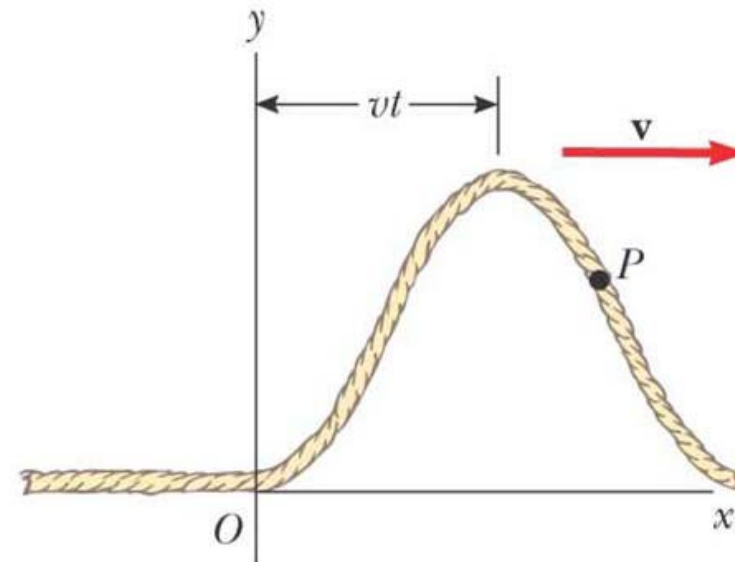
เมื่อ y คือการกระจัดของคลื่น ณ ตำแหน่ง x และเวลา t ใดๆ

และ v คืออัตราเร็วเฟส นั่นคือทุกๆ จุดบนคลื่นนี้เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเฟสเท่ากันหมด

โดยจุด P จะเคลื่อนที่ขึ้น-ลงในแนวดิ่งเท่านั้น

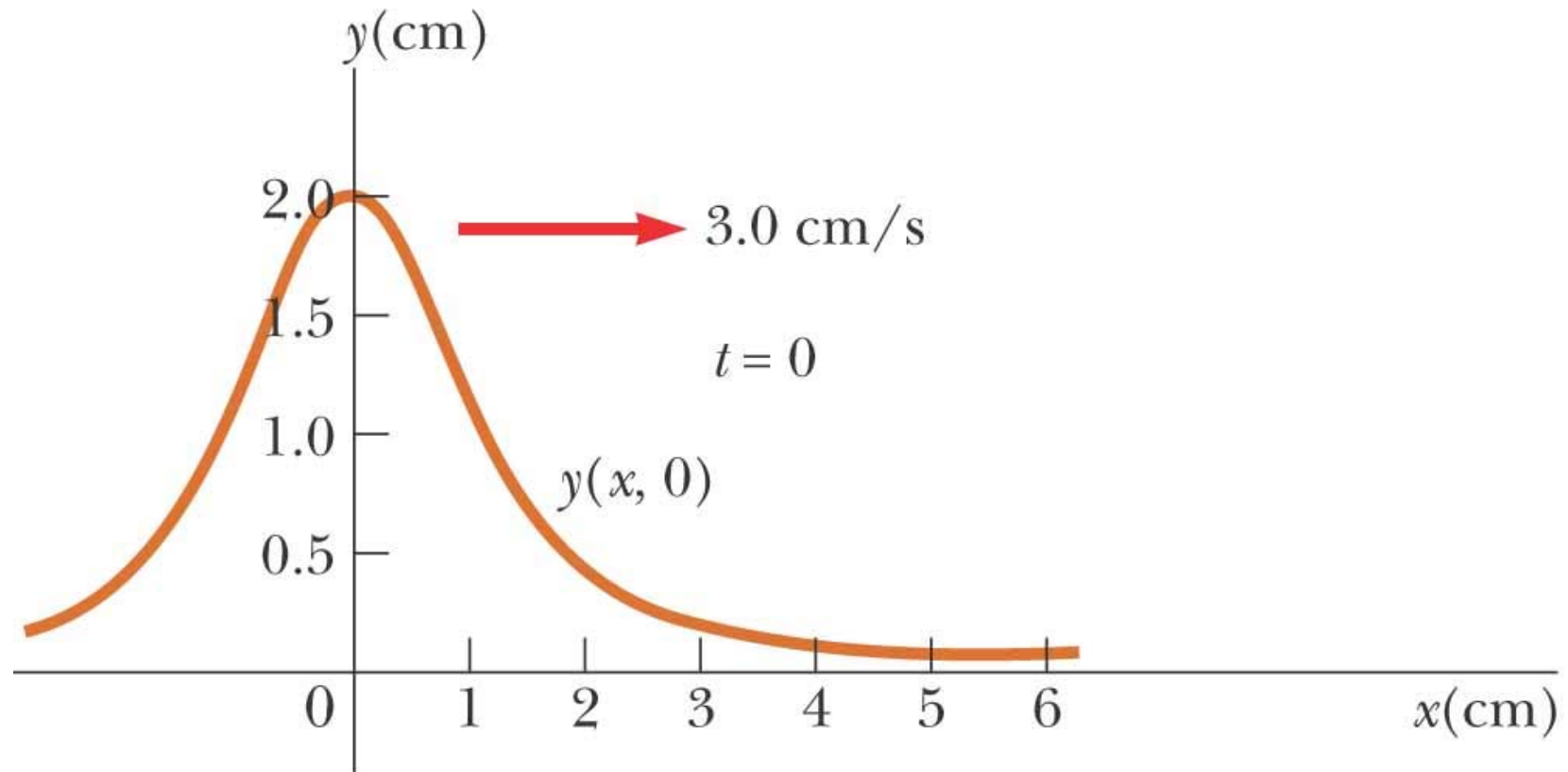


(a) Pulse at $t = 0$



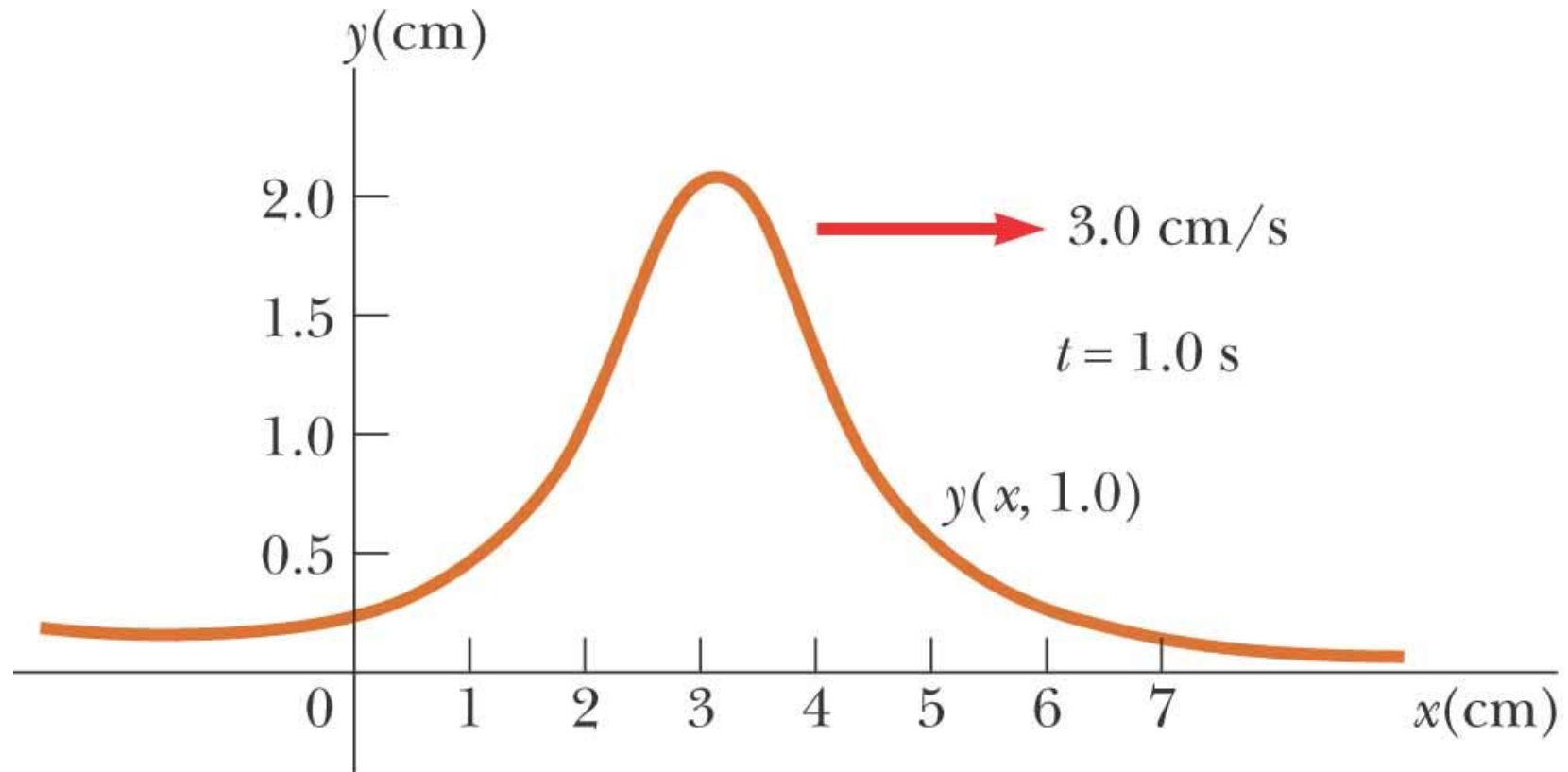
(b) Pulse at time t

ตัวอย่างคลื่นเคลื่อนที่ไปทางขวา



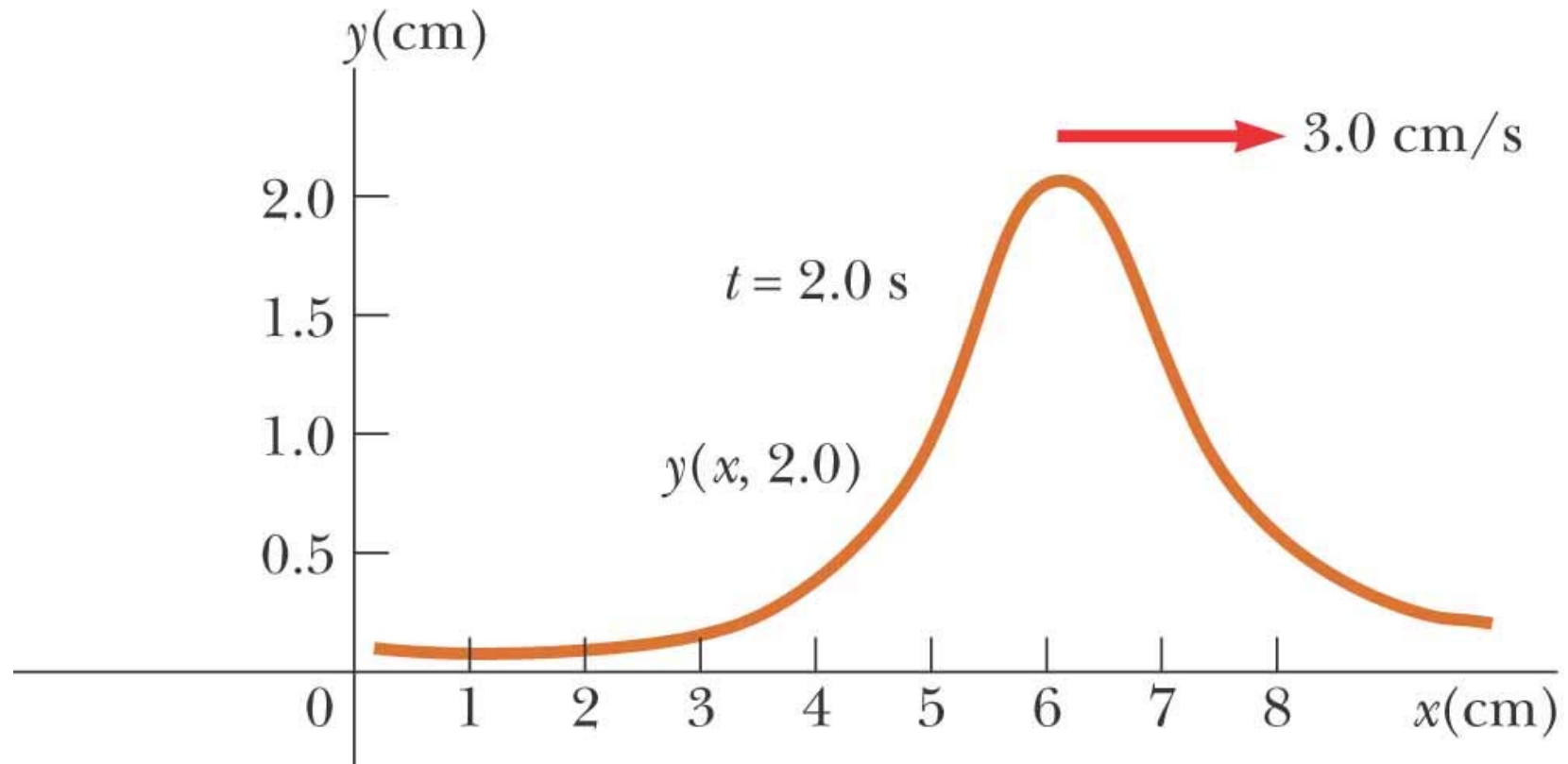
(a)

ตัวอย่างคลื่นเคลื่อนที่ไปทางขวา



(b)

ตัวอย่างคลื่นเคลื่อนที่ไปทางขวา



$$\begin{aligned} y_{t=2} (x = 6, t = 0.2) &= y_{t=0} (x = 0) \\ &= y_{t=0} (x = 6 - vt) \end{aligned}$$

- โดยทั่วไปคลื่นมีการเคลื่อนที่กลับไป-มาเป็นคาบ
- สามารถเขียน $y(x,t)$ ในรูปของฟังก์ชันไซน์

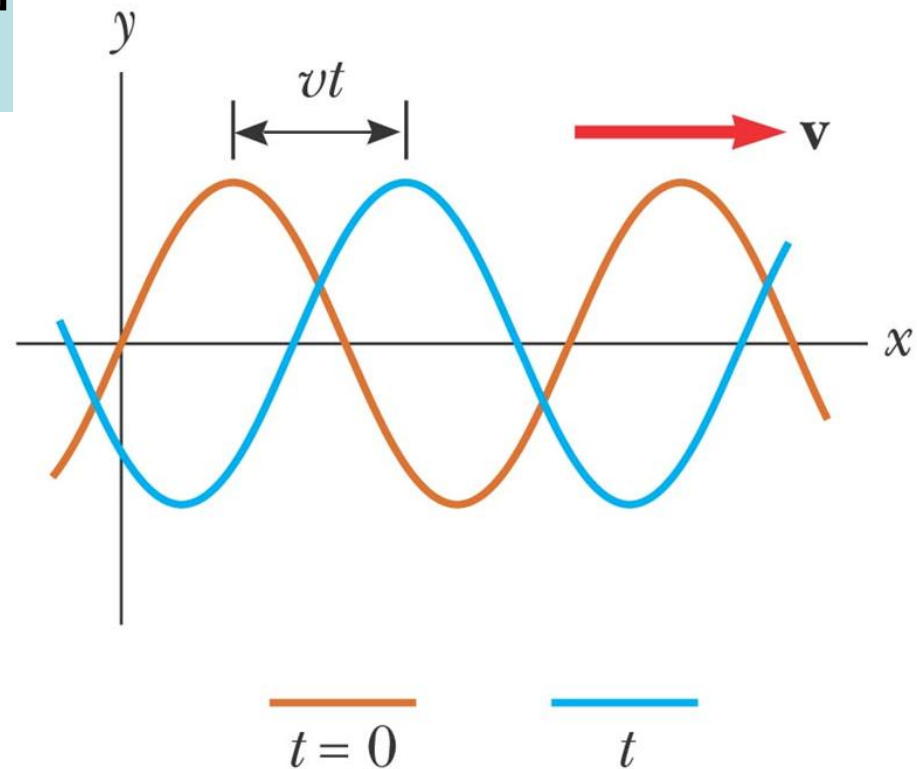
$$y(x,t) = A \sin[k(x \pm vt)] \\ = A \sin(kx \pm \omega t)$$

- สำหรับคลื่นซึ่งเคลื่อนที่ไปทางขวา

$$y(x,t) = A \sin(kx - \omega t)$$

- สำหรับคลื่นซึ่งเคลื่อนที่ไปทางซ้าย

$$y(x,t) = A \sin(kx + \omega t)$$



สำหรับคลื่นรูปไซน์ซึ่งมีลักษณะเป็นคาบ (*Period*)

- การกระจัดตาม y ณ เวลา t ใดๆ จะมีค่าซ้ำกันทุกความยาวคลื่น (Wavelength) λ

$$y(x + \lambda, t) = y(x, t)$$

นั่นคือ

$$\sin(k(x + \lambda) - \omega t) = \sin(kx - \omega t)$$

$$\sin(kx - \omega t + k\lambda) = \sin(kx - \omega t)$$

เนื่องจาก $\sin(\theta + 2\pi) = \sin(\theta)$ จะได้ว่า $k\lambda = 2\pi$

หรือ

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

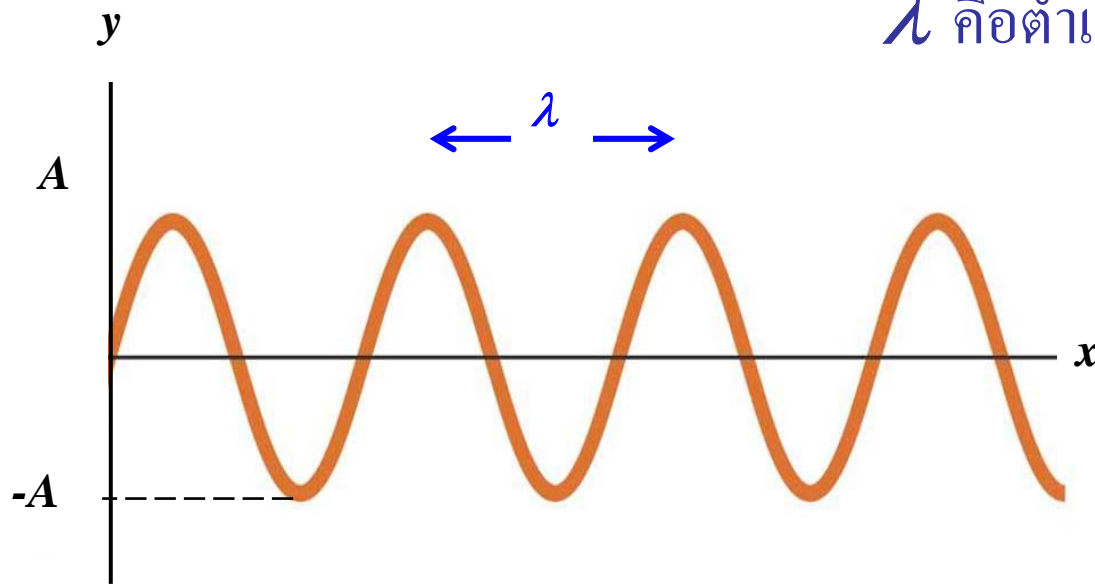
k เรียกว่า wave number

ตัวอย่าง

- พิจารณาคลื่นซึ่งเคลื่อนที่ไปทางขวา

$y(x, t=t_0) = A \sin(kx)$ พิจารณาที่เวลาใดๆ $t=t_0$ เพื่อความสะดวกให้ $t_0=0$ การกระจัดของตำแหน่งต่างๆบนคลื่นเขียนได้เป็น

λ คือตำแหน่งที่คลื่นเคลื่อนที่ซ้ำ



คาบ และ ความถี่เชิงมุม

- การกระจัดตาม y ที่ตำแหน่ง x ใดๆ จะมีค่าซ้ำกันทุกช่วงเวลา T หรือ คาบ (*Period*)

$$y(x, t + T) = y(x, t)$$

นั่นคือ

$$\sin(kx - \omega(t + T)) = \sin(kx - \omega t)$$

$$\sin(kx - \omega t + \omega T) = \sin(kx - \omega t)$$

ในทำนองเดียวกันกับกรณีของ k เราจะได้ว่า $\omega T = 2\pi$

หรือ

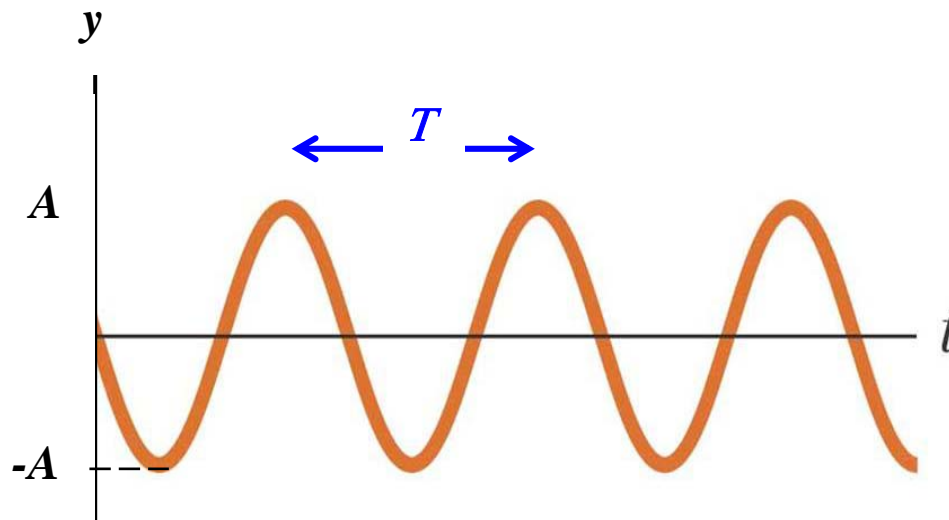
$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

เมื่อ ω คือความถี่เชิงมุม (Angular frequency)

ตัวอย่าง

$y(x=x_0, t) = -A \sin(\omega t)$ เมื่อพิจารณาที่ตำแหน่งใดๆ บนคลื่น
 $x=x_0$ เพื่อความสะดวกให้ $x_0=0$

การกระจัดของตัวกลางที่ตำแหน่ง $x_0=0$ ณ เวลาต่างๆ เขียนได้ดังกราฟ



T คือ คาบหรือ เวลาที่คลื่นเคลื่อนที่ซ้ำครบหนึ่งรอบ

ความถี่ (*Frequency*)

- f คือความถี่ (*Frequency*) ซึ่งเป็นส่วนกลับของคาบ จะคำนวณได้จาก

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{kv}{2\pi} = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{v}{2\pi} \right) \rightarrow f = \frac{v}{\lambda}$$

Note

เราไม่สามารถเขียน $y(x,t)$ ในกราฟ 2 มิติซึ่งแสดงค่า $y(x,t)$ ณ x และ t ใดๆ ได้ ต้องเขียนแยกกัน

สรุปฟังก์ชันคลื่นรูปไซน์

การกระจัดของตัวกลาง

เลขคลื่น $\rightarrow \lambda$

ความถี่เชิงมุม $\rightarrow f$

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

แอมพลิจูด

ตำแหน่ง

เวลา

$kx - \omega t$ เรียกว่าเฟสของคลื่น

เครื่องหมาย - แสดงคลื่นเคลื่อนที่ไปทางทิศ +x

ตัวอย่าง

คลื่นในเส้นเชือกมีสมการของการกระจัดในหน่วยเมตรเป็น

$$y = 15 \sin \left[\frac{\pi}{16} (2x - 64t) \right]$$

จงหา

ก) อัมพลน: $A = 15$

ข) ความยาวคลื่น: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{16} \times 2 = \frac{2\pi}{16} \rightarrow \lambda = 16$

ค) คาบ: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{64\pi}{16} \rightarrow T = \frac{1}{2}$

ง) อัตราเร็วเฟส: $v = f\lambda = \frac{\lambda}{T} = 16 \times 2 \rightarrow v = 32$

ตัวอย่าง

คลื่นในเส้นเชือกมีสมการของการกระจัดในหน่วยเมตรเป็น

$$y = 15 \sin \left[\frac{\pi}{16} (2x - 64t) \right]$$

จงหา

จ) อัตราเร็วสูงสุดของอนุภาคตัวกลางในเส้นเชือกนี้ :

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \cos(kx - \omega t) \rightarrow v_{y,\max} = \omega A = 60\pi$$

ฉ) อัตราเร็วของอนุภาคตัวกลางที่ตำแหน่ง 6 เมตร ณ เวลา 0.25 วินาที:

ค) อัตราเร่งของอนุภาคตัวกลางที่ตำแหน่ง 6 เมตร ณ เวลา 0.25 วินาที:

ความสัมพันธ์ระหว่าง ω และ k

จาก $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ และ $\omega = \frac{2\pi}{T}$

เราจะได้ว่า

$$\frac{\omega}{k} = \frac{2\pi/T}{2\pi/\lambda} = \frac{\lambda}{T} = v$$

โดยที่ความเร็ว v มีชื่อเรียกว่า อัตราเร็วเฟส (phase velocity)

$$v = \frac{\omega}{k}$$

ความเร็วเฟส

การหาความเร็วของคลื่น หรือความเร็วที่คลื่นเคลื่อนที่ไปในตัวกลาง
ทำได้โดยการพิจารณาการเคลื่อนที่ของตำแหน่งที่มีเฟสเท่ากัน

ถ้ากำหนดให้จุด P คือบนคลื่นที่ตำแหน่ง $x = x_0$ บนคลื่น ณ เวลา $t = 0$ เฟสของคลื่นที่ตำแหน่งของ P จะมีค่าเป็น

$$kx_0 - \omega t = kx_0$$

← ค่าคงที่ค่าหนึ่ง

เมื่อเวลาเพิ่มขึ้น เฟสของตำแหน่ง P จะเปลี่ยนไป

เราจะสนใจตำแหน่งที่มีเฟสเท่ากับตำแหน่ง P (ณ เวลา $t = 0$) นั่นคือ เราสนใจตำแหน่ง x ใดๆที่

$$kx - \omega t = kx_0$$

เมื่อเวลาเพิ่มขึ้น พบว่าตำแหน่งบนแกน x เพิ่มขึ้นด้วย อัตราการเพิ่มของ x คือ อัตราเร็วเฟสนั่นเอง

$$v = \frac{dx}{dt}$$

และจาก $kx - \omega t = kx_0$

เมื่อหาอนุพันธ์ทั้งสองข้างเทียบกับเวลาจะได้ว่า $k \frac{dx}{dt} = \omega$ เหมือนในชั้นมัธยม

หรือ
$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{2\pi/\lambda} = f\lambda \longrightarrow v = f\lambda$$

คลื่นซึ่งเคลื่อนที่ไปทางขวา $y(kx - \omega t)$ จะมี $v = \omega/k$

คลื่นซึ่งเคลื่อนที่ไปทางซ้าย $y(kx + \omega t)$ จะมี $v = -\omega/k$

เมื่อ v คืออัตราเร็วเฟสหรืออัตราเร็วของคลื่นซึ่งเคลื่อนที่ไป

อัตราเร็วและอัตราเร่งในการสั่นของอนุภาคตัวกลางในคลื่นตามขวาง

สำหรับคลื่นตามขวางที่อธิบายด้วย

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

อัตราเร็วในการสั่นของอนุภาคตัวกลางในคลื่นตามขวาง v_y หาได้จาก

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \cos(kx - \omega t)$$

อย่าสับสนกับอัตราเร็วเฟสที่แสดงการเคลื่อนที่ของคลื่น !!!

และอัตราเร่งของอนุภาคตัวกลางคือ

$$a_y = \frac{\partial v_y}{\partial t} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A \sin(kx - \omega t) = -\omega^2 y$$

ทดสอบความเข้าใจกันหน่อย

มีฟังก์ชันคลื่นอยู่สามฟังก์ชันคือ

1. $y(x, t) = 2 \sin(4x - 2t)$

2. $y(x, t) = \sin(3x - 4t)$

3. $y(x, t) = 2 \sin(3x - 3t)$

ก) จงเรียงลำดับคลื่นตามอัตราเร็วเฟส จากมากไปน้อย

2, 3, 1 ← $v = \omega/k$

ข) จงเรียงลำดับตามอัตราเร็วสูงสุดของตัวกลาง จากมากไปน้อย

3, 1 และ 2 ← $|v_{y, \text{Max}}| = \omega A$

Wave Equation

เราสามารถที่จะสร้างสมการเพื่ออธิบายการเคลื่อนที่ของคลื่นได้ โดยพิจารณาอนุพันธ์อันดับสองของ y เทียบกับ x

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 A \sin(kx - \omega t) = -k^2 y$$

จะได้ว่า

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} / \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\omega^2}{k^2} = v^2 \rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Close look at wave equation

สมการคลื่น

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

อธิบายการกระจัดของตัวกลาง $y(x,t)$ ที่ตำแหน่ง x ใดๆบนคลื่น ณ เวลา t

v คืออัตราเร็วเฟสของคลื่น

เป็น **Partial Differential Equation** อันดับสอง

ซึ่งนิสิตจะได้เรียนวิธีการหาคำตอบของสมการนี้ในชั้นปีถัดๆไป

นิสิตอาจจะทดลองแทนค่า $y(x,t) = A \sin(kx - \omega t)$

ลงในสมการคลื่นเพื่อทดสอบว่าเป็นคำตอบของสมการหรือไม่

คลื่นในเส้นเชือก

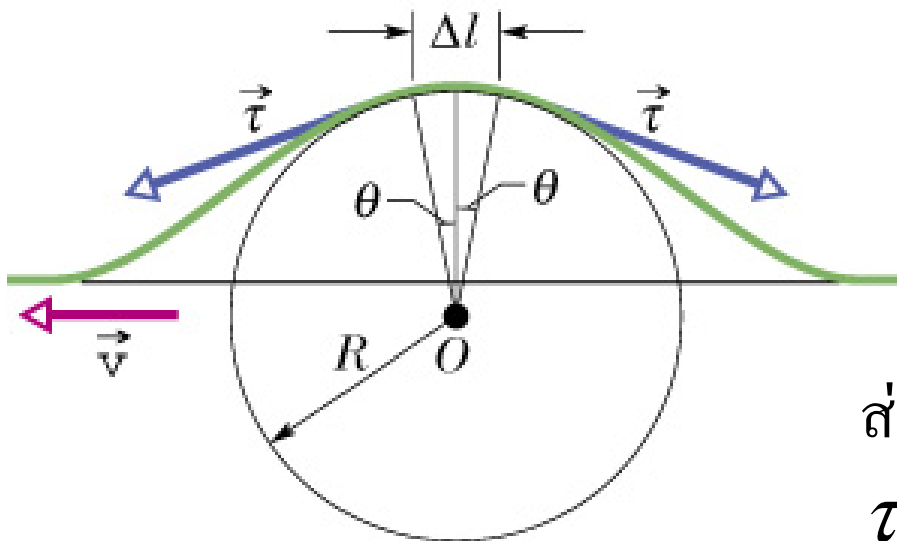
เราสามารถคำนวณหาความเร็วของคลื่นในเส้นเชือกได้ โดยอาศัยกฎข้อที่สองของนิวตัน พิจารณาลูกคลื่นบนเส้นเชือกที่เคลื่อนที่ไปทางด้านซ้าย



เพื่อความสะดวกในการคำนวณเราจะพิจารณาในกรอบอ้างอิงที่คลื่นที่ไปพร้อมกับลูกคลื่นนี้

คลื่นในเส้นเชือก (ต่อ)

พิจารณาส่วนความยาวเล็กๆ Δl ซึ่งอยู่บนยอดคของลูกคลื่น ซึ่งอาจมองได้ว่าเป็นส่วนโค้งที่รองรับมุม 2θ ของวงกลมรัศมี R ดังรูป



แรง τ มีขนาดเท่ากับแรงดึงในเส้นเชือกขณะที่มีลูกคลื่นวิ่งผ่าน โดยมีทิศสัมผัสกับเส้นเชือกที่ตำแหน่งปลายของ เส้นเชือก Δl

ส่วนประกอบในแนวราบของแรง τ คือ $\tau \cos \theta$ จะหักล้างกันหมด

คลื่นในเส้นเชือก (ต่อ)

แต่ส่วนประกอบของแรง τ ในแนวตั้งจะรวมกันเป็นแรงลัพธ์ F ซึ่งมีทิศทางในแนวตั้ง $F = 2(\tau \sin \theta)$ และเราจะประมาณว่า θ เป็นมุมเล็กๆ

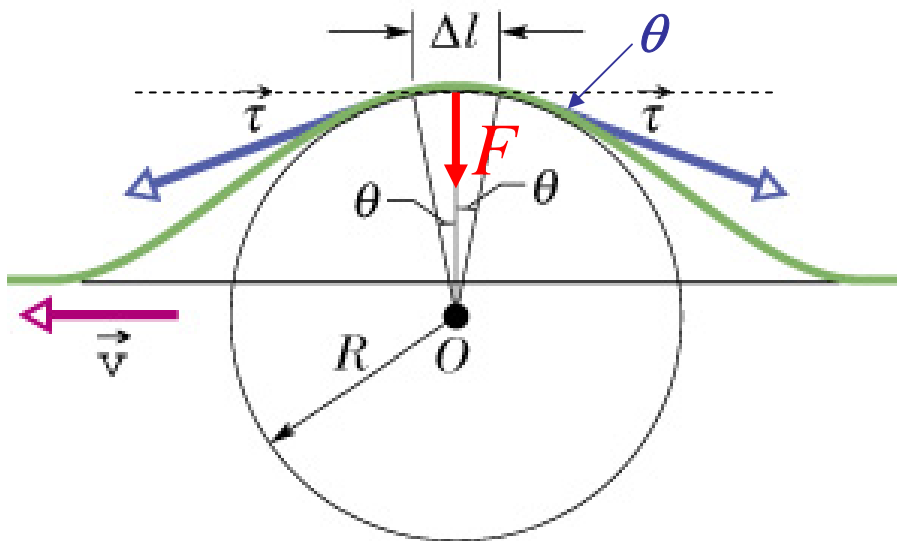
$$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \dots$$

จะได้ว่า

$$F = 2(\tau \sin \theta) \approx \tau (2\theta) = \tau \frac{\Delta l}{R}$$

โดยเราใช้นิยามของมุมเรเดียน

$$2\theta = \frac{\Delta l}{R}$$



คลื่นในเส้นเชือก (ต่อ)

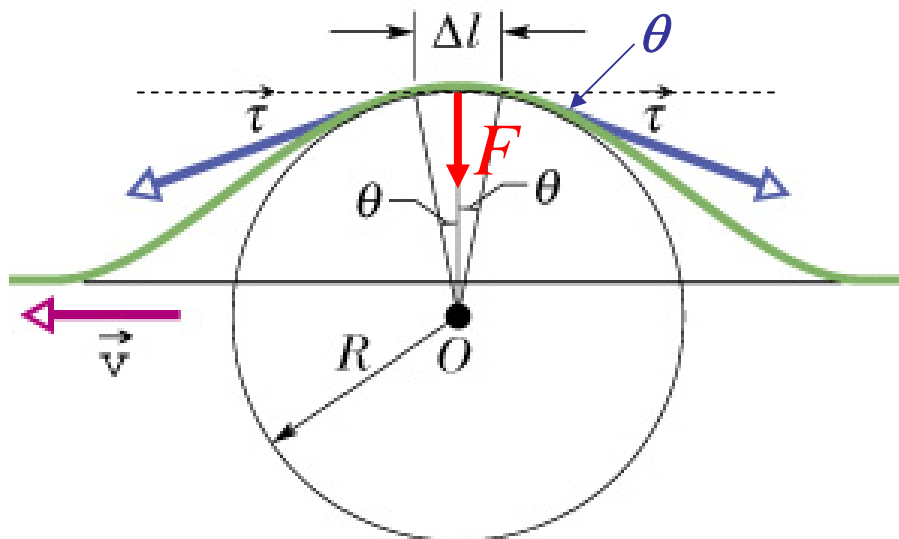
มวลของส่วนเล็กๆของเชือกที่ยาว Δl สามารถคำนวณได้จาก $\Delta m = \mu \Delta l$
เมื่อ μ คือมวลต่อหนึ่งหน่วยความยาวของเส้นเชือก

เราอาจมองได้ว่าแรง F นี้ทำให้เกิด
ความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลางที่มีขนาด

เท่ากับ
$$a = \frac{v^2}{R}$$

จากกฎข้อที่สองของนิวตันจะได้ว่า

$$\frac{\tau \Delta l}{R} = (\mu \Delta l) \frac{v^2}{R}$$



ซึ่งจะได้ว่าความเร็วของคลื่นในเส้นเชือกคือ

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$$

หนังสืออิเล็กทรอนิกส์	
ฟิสิกส์ 1(ภาคกลศาสตร์(ฟิสิกส์ 1 (ความร้อน)
ฟิสิกส์ 2	กลศาสตร์เวกเตอร์
โลหะวิทยาฟิสิกส์	เอกสารคำสอนฟิสิกส์ 1
ฟิสิกส์ 2 (บรรยาย(แก้ปัญหาฟิสิกส์ด้วยภาษา C
ฟิสิกส์พิศวง	สอนฟิสิกส์ผ่านทางอินเทอร์เน็ต
ทดสอบออนไลน์	วิดีโอการเรียนการสอน
หน้าแรกในอดีต	แผ่นใสการเรียนการสอน
เอกสารการสอน PDF	กิจกรรมการทดลองทางวิทยาศาสตร์
แบบฝึกหัดออนไลน์	สุดยอดสิ่งประดิษฐ์
การทดลองเสมือน	
บทความพิเศษ	ตารางธาตุ)ไทย1) 2 (Eng)
พจนานุกรมฟิสิกส์	ลับสมองกับปัญหาฟิสิกส์
ธรรมชาติมหัศจรรย์	สูตรพื้นฐานฟิสิกส์
การทดลองมหัศจรรย์	ดาราศาสตร์ราชมงคล
แบบฝึกหัดกลาง	
แบบฝึกหัดโลหะวิทยา	แบบทดสอบ
ความรู้รอบตัวทั่วไป	อะไรเอ่ย ?
ทดสอบ)เกมเศรษฐี(คติปริศนา
ข้อสอบเอนทรานซ์	เฉลยกลศาสตร์เวกเตอร์
คำศัพท์ประจำสัปดาห์	
ความรู้รอบตัว	
การประดิษฐ์ของโลก	ผู้ได้รับโนเบลสาขาฟิสิกส์
นักวิทยาศาสตร์เทศ	นักวิทยาศาสตร์ไทย
ดาราศาสตร์พิศวง	การทำงานของอุปกรณ์ทางฟิสิกส์
การทำงานของอุปกรณ์ต่าง ๆ	

 การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ 1  ผ่านทางอินเทอร์เน็ต	
1. การวัด	2. เวกเตอร์
3. การเคลื่อนที่แบบหนึ่งมิติ	4. การเคลื่อนที่บนระนาบ
5. กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน	6. การประยุกต์กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน
7. งานและพลังงาน	8. การดลและโมเมนตัม
9. การหมุน	10. สมดุลของวัตถุแข็งเกร็ง
11. การเคลื่อนที่แบบคาบ	12. ความยืดหยุ่น
13. กลศาสตร์ของไหล	14. ปริมาณความร้อน และ กลไกการถ่ายโอนความร้อน
15. กฎข้อที่หนึ่งและสองของเทอร์โมไดนามิก	16. คุณสมบัติเชิงโมเลกุลของสสาร
17. คลื่น	18. การสั่น และคลื่นเสียง
 การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ 2  ผ่านทางอินเทอร์เน็ต	
1. ไฟฟ้าสถิต	2. สนามไฟฟ้า
3. ความกว้างของสายฟ้า	4. ตัวเก็บประจุและการต่อตัวต้านทาน
5. ศักย์ไฟฟ้า	6. กระแสไฟฟ้า
7. สนามแม่เหล็ก	8. การเหนี่ยวนำ
9. ไฟฟ้ากระแสสลับ	10. ทรานซิสเตอร์
11. สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและเสาอากาศ	12. แสงและการมองเห็น
13. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ	14. กลศาสตร์ควอนตัม
15. โครงสร้างของอะตอม	16. นิวเคลียร์
 การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ทั่วไป  ผ่านทางอินเทอร์เน็ต	
1. จลศาสตร์ (kinematic)	2. จลพลศาสตร์ (kinetics)
3. งานและโมเมนตัม	4. ซิมเปิลฮาร์โมนิก คลื่น และเสียง
5. ของไหลกับความร้อน	6. ไฟฟ้าสถิตกับกระแสไฟฟ้า
7. แม่เหล็กไฟฟ้า	8. คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ากับแสง
9. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ อะตอม และนิวเคลียร์	

