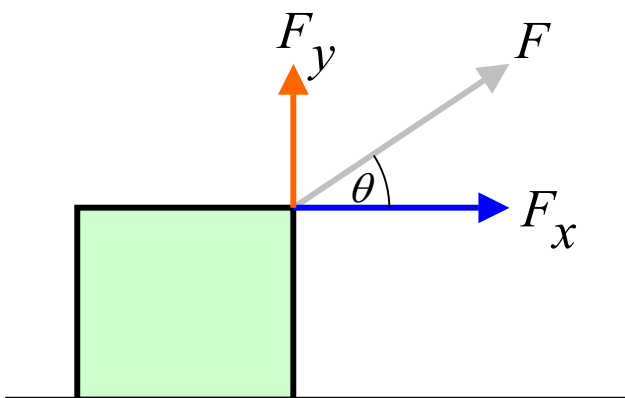


บทที่ 5 การเคลื่อนที่ของนิวตัน

การพิจารณาการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่ผ่านมาเป็นเชิงคุณภาพ ยังไม่ได้ลงลึกระดับปริมาณ นิวตัน (Sir Isaac Newton, 1642-1727) ได้นิยามแรงในปี 1687 ในหนังสือของหลักคณิตศาสตร์ของปรัชญาธรรมชาติ (*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*) โดยเขียนกฎการเคลื่อนที่ไว้ 3 ข้อ

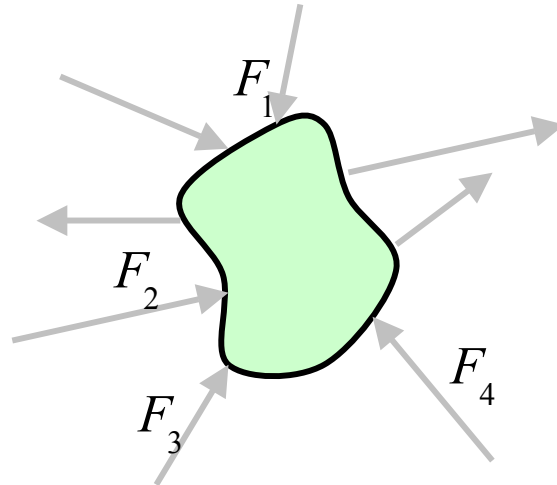
1. แรง

แรงคือแนวคิด สำหรับอธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการกระทำต่อวัตถุ หรือแรงเป็นอำนาจอย่างหนึ่งที่สามารถเปลี่ยนสภาพของวัตถุได้ *แรงเป็นปริมาณเวกเตอร์ มีหน่วยเป็นนิวตัน* ดังนั้นจึงสามารถแยกองค์ประกอบให้เข้าสู่พิกัด x, y, z ได้ เช่น ดึงกล่องด้วยแรง \vec{F} ทำมุมกับแกน x เป็นมุม θ จากเวกเตอร์สามารถแยกองค์ประกอบของแรงให้อยู่ในแนวแกน x และ y ดังความสัมพันธ์



$$F_x = F \cos \theta$$
$$F_y = F \sin \theta$$

เมื่อมีจำนวนแรงหลายแรงกระทำต่ออนุภาคหนึ่ง ที่จุดเดียวกัน ในสเปซสามมิติ สามารถแยกองค์ประกอบของแรงแต่ละแรงออกมา แล้วทำการรวมเวกเตอร์ลัพธ์ของแรงในแต่ละแกนได้ เช่น



เวกเตอร์ลัพธ์ \vec{R} ที่กระทำต่ออนุภาคจากแรงภายนอก n แรง คือ

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

โดยที่องค์ประกอบแต่ละแกนได้ว่า

$$\begin{aligned} R_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots + F_{nx} = \Sigma F_x \\ R_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots + F_{ny} = \Sigma F_y \\ R_z &= F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} + \dots + F_{nz} = \Sigma F_z \end{aligned}$$

2. กฎข้อที่หนึ่งของนิวตัน

“ Every object continues in its states of rest or of uniform rectilinear motion unless acted upon by an unbalance force ” วัตถุจะรักษาสภาพหยุดนิ่งหรือสภาพเคลื่อนที่อย่างสม่ำเสมอเป็นเส้นตรง นอกจากจะมีแรงลัพธ์ที่มีค่าไม่เป็นศูนย์มากระทำ

กฎข้อที่หนึ่งเป็นจริงสำหรับกรอบอ้างอิงเฉื่อยเท่านั้น (กรอบอ้างอิงใด ๆ ที่มีความเร็วสัมพัทธ์คงที่ ความเร่งเป็นศูนย์) ดังนั้นจึงเรียกกฎข้อนี้ว่า กฎของความเฉื่อย (law of inertia) เช่น กำหนดให้ ความเร็วของจุด P เทียบกับกรอบอ้างอิง A คือ v_{PA} และความเร็วของจุด P เทียบกับกรอบอ้างอิง B คือ v_{PB} ดังนั้น ได้ความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของกรอบอ้างอิง B เทียบกับกรอบอ้างอิง A ดังนี้

$$v_{PA} = v_{PB} + v_{BA}$$
$$\frac{dv_{PA}}{dt} = \frac{dv_{PB}}{dt} + \frac{dv_{BA}}{dt}$$

จากสมการจะเห็นได้ว่า ถ้าหาก v_{BA} คงที่ไม่เปลี่ยนแปลง ความเร็วของจุด P ที่กรอบอ้างอิง B จะมีค่าไม่เปลี่ยนแปลง หากความเร็วของจุด P ที่กรอบอ้างอิง A มีค่าไม่เปลี่ยนแปลง

3. กฎข้อที่สองของนิวตัน

“ The acceleration of an object is directly proportional to, and in the same direction as, the unbalanced force acting on it, and inversely proportional to the mass of the object ” เมื่อมีแรงลัพธ์ไม่เป็น

ศูนย์มากกระทำต่อวัตถุ จะทำให้เกิดความเร่งในทิศเดียวกับแรงลัพธ์ที่มากระทำ และขนาดของความเร่งนี้ จะแปรผันตรงกับขนาดของแรงลัพธ์ และแปรผกผันกับมวลของวัตถุ

มวลคือ สภาพต่อต้านการเคลื่อนที่ หรือสภาพต้านทานแรงเฉื่อย

$$a \propto \frac{1}{m}$$

สำหรับวัตถุหนึ่ง อัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็ว ขึ้นกับแรงภายนอกที่กระทำต่อวัตถุ

$$a \propto F$$

ฉะนั้นกฎข้อที่สองของนิวตัน จึงนิยามแรงภายนอกมากกระทำต่อวัตถุเท่ากับ มวลคูณความเร่งของวัตถุ มีหน่วยเป็น นิวตัน (N) ($1\text{N}=1\text{kg m/s}^2$)

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

เมื่อมีแรงหลายแรงมากกระทำต่อวัตถุ จะเขียนกฎข้อที่สองของนิวตันได้ว่า

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

สมการสำหรับแรงแต่ละองค์ประกอบตามพิกัด x, y, z

$$\Sigma \vec{F}_x = m\vec{a}_x$$

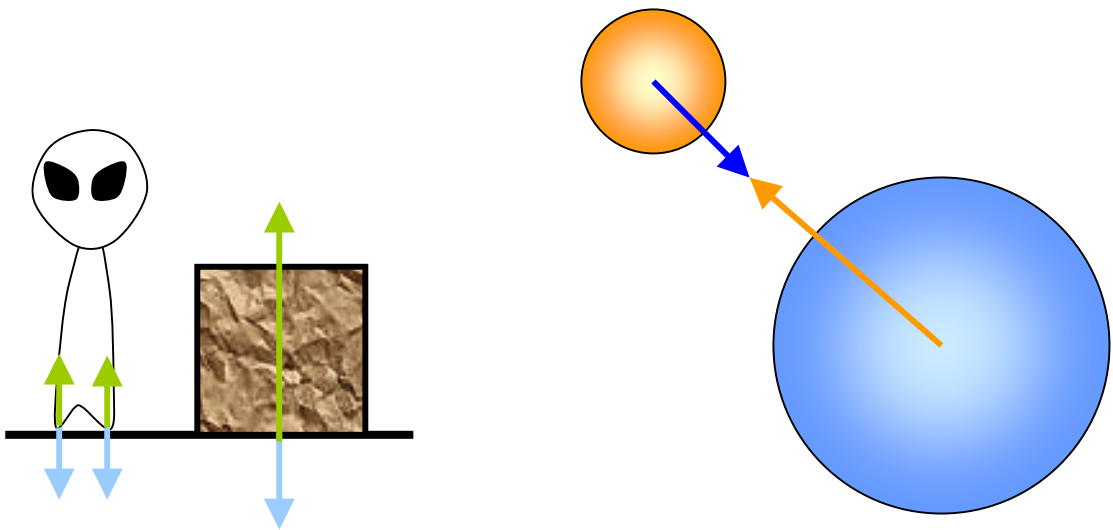
$$\Sigma \vec{F}_y = m\vec{a}_y$$

$$\Sigma \vec{F}_z = m\vec{a}_z$$

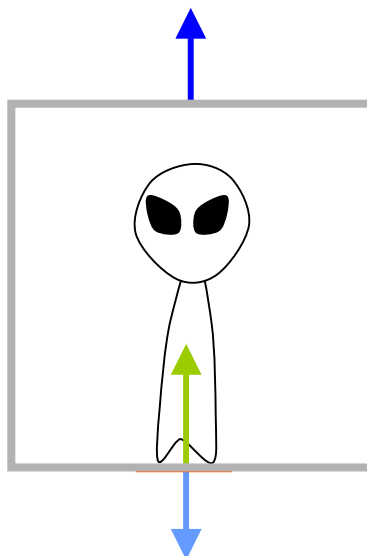
4. กฎข้อที่สามของนิวตัน

“ To every action, there is always opposed an equal reaction or mutual actions of two bodies upon each other are always equal and directed to opposite part ”

ทุกแรงกิริยา ย่อมมีแรงปฏิกิริยาขนาดเท่ากันกระทำในทิศตรงข้ามเสมอ หรือแรงกระทำซึ่งกันและกันของวัตถุสองก้อนย่อมมีขนาดเท่ากัน แต่มีทิศตรงข้ามกัน



แรงคู่กิริยา-ปฏิกิริยา จะมีและเป็นจริงเฉพาะกรอบอ้างอิงเฉื่อยเท่านั้น เช่น กรณีรถยนต์กำลังเร่งความเร็วขึ้น ผู้โดยสารจะรู้สึกถูกแรงผลักไปข้างหลัง หรือผู้โดยสารที่อยู่บนลิฟท์ที่กำลังเคลื่อนที่ขึ้น-ลง ด้วยความเร่ง

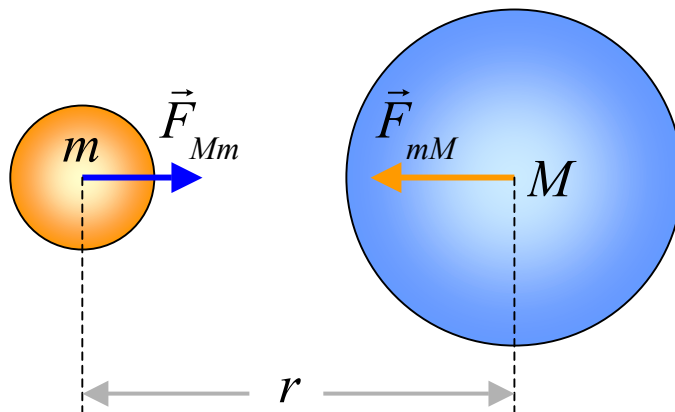


5. มวลและน้ำหนัก

ปี 1687 นิวตันนำเสนอกฎความโน้มถ่วงสากล (law of universal gravitation) ซึ่งกล่าวว่า อนุภาค (point mass) มวล m และ M อยู่ห่างกันระยะ r มีแรงดึงดูดกระทำต่ออนุภาคทั้งสอง ในแนวเชื่อมระหว่างอนุภาค ซึ่งมีขนาด

$$F = \frac{GmM}{r^2}$$

G คือค่าคงที่โน้มถ่วงสากล (universal gravitational constant) ปัจจุบันมีค่าเท่ากับ $G = 6.67259 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$



จากรูป สามารถอธิบายได้ว่า อนุภาคมวล m ดึงดูดอนุภาคมวล M ด้วยขนาดแรงดึงดูด เท่ากันกับ อนุภาคมวล M ดึงดูดอนุภาคมวล m เพียงแต่มีทิศตรงข้ามกัน

$$\begin{aligned}\vec{F}_{Mm} &= -\vec{F}_{mM} \\ \frac{(GM)}{r^2} m \rightarrow &= -\frac{(Gm)}{r^2} M \rightarrow \\ \frac{(GM)}{r^2} m \rightarrow &= \frac{(Gm)}{r^2} M \leftarrow\end{aligned}$$

พิจารณา แรงดึงดูดระหว่าง โลกและดาวเทียม กำหนดให้ โลกและดาวเทียมห่างกันเท่ากับ r_{sat} มวลของโลกเท่ากับ M_E มวลของดาวเทียมเท่ากับ m_{sat} ฉะนั้นแรงที่โลกดึงดูดดาวเทียมเท่ากับ

$$F = \frac{Gm_{sat}M_E}{r_{sat}^2}$$

จากกฎของนิวตัน แรงคือมวลคูณกับความเร่ง ดังนั้น ความเร่งที่โลกกระทำต่อดาวเทียม (ณ ตำแหน่งดาวเทียม) มีค่าเท่ากับ

$$F = m_{sat} a = \frac{Gm_{sat}M_E}{r_{sat}^2}$$

$$a = \frac{GM_E}{r_{sat}^2}$$

ในการเคลื่อนที่โคจรรอบโลกของดาวเทียม จะเกิดสมดุลระหว่างแรงดึงดูดจากความโน้มถ่วงกับแรงหนีศูนย์กลาง และใช้เวลาในการโคจรครบหนึ่งรอบเท่ากับ 1 คาบ และจากความสัมพันธ์ $v = \omega r$ และ $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ดังนั้นจากความสัมพันธ์จะได้ว่า

$$F_G = F_C$$

$$\frac{Gm_{sat}M_E}{r_{sat}^2} = \frac{m_{sat}v^2}{r_{sat}}$$

$$\frac{GM_E}{r_{sat}} = (\omega r_{sat})^2$$

$$\frac{GM_E}{r_{sat}^3} = \omega^2$$

$$\frac{GM_E}{r_{sat}^3} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_E}\right)r_{sat}^3$$

$$T^2 \propto r_{sat}^3$$

จะเห็นได้ว่า คาบการโคจรกำลังสอง เป็นสัดส่วนกับรัศมีการโคจรกำลังสาม
พิจารณา แรงดึงดูดระหว่าง โลกและวัตถุบนผิวโลก กำหนดให้ รัศมีโลก
 R_E มวลของโลกเท่ากับ M_E มวลของวัตถุเท่ากับ m ฉะนั้นแรงที่โลกดึงดูด
วัตถุเท่ากับ

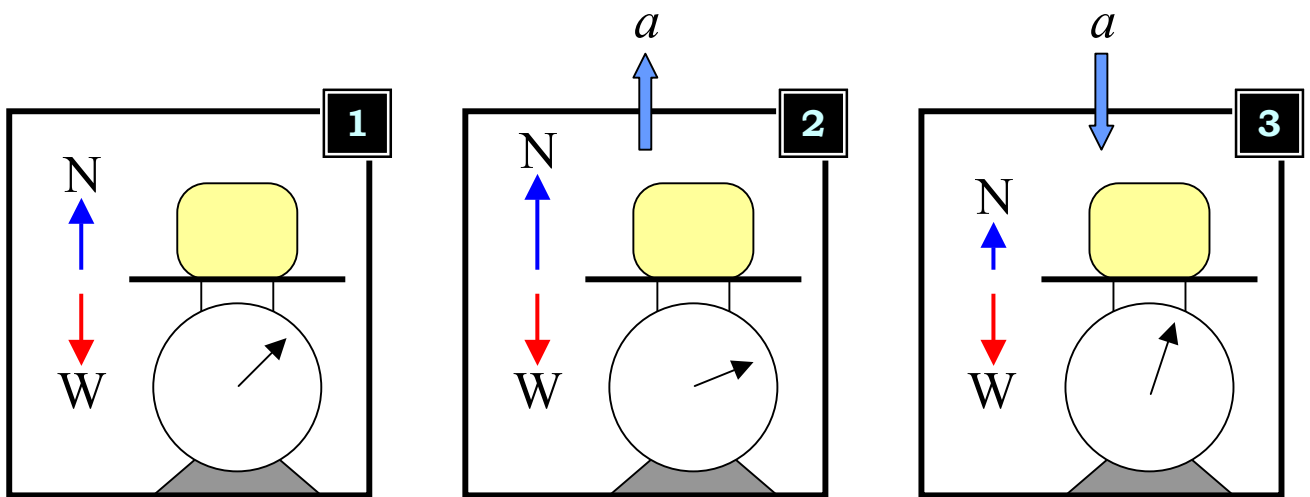
$$F = \frac{GmM_E}{R_E^2}$$

ซึ่งคือน้ำหนักของวัตถุบนพื้นโลกนั่นเอง ดังนั้นได้ความสัมพันธ์ว่า

$$F = \frac{GmM_E}{R_E^2} = mg$$

$$\frac{GM_E}{R_E^2} = g$$

เมื่อนำค่ารัศมีโลก $6.38 \times 10^6 \text{ m}$ และมวลโลก $5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ จะได้ค่า
ความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดโลกเฉลี่ย หรือค่า g ประมาณ 9.8 m/s^2 ดังนั้น
 W คือค่าของน้ำหนักของวัตถุบนผิวโลก เป็นค่าในกรอบอ้างอิงเฉื่อย เท่านั้น
กรณีที่กรอบอ้างอิงมีความเร่ง น้ำหนักที่ได้จะเปลี่ยนไป เช่น กรณี วัตถุอยู่ใน
ลิฟท์ที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง หรือด้วยความเร็วคงที่ น้ำหนักที่วัดได้ จะ
ไม่เท่ากัน ตามกฎของนิวตันข้อที่ 1 และข้อที่ 2



กรณีที่ 1 กรอบอั่งอิงลิฟท์เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ จะเห็นได้ว่า แรงปฏิกิริยา N (วัดได้จากตาชั่ง) มีค่าเท่ากับน้ำหนัก W

กรณีที่ 2 กรอบอั่งอิงลิฟท์ เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง a จากกฎของนิวตันข้อที่ 2 ได้สมการว่า $N - mg = ma$; $N = ma + mg$

กรณีที่ 3 กรอบอั่งอิงลิฟท์ เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความหน่วง a จากกฎของนิวตันข้อที่ 2 ได้สมการว่า $N - mg = -ma$; $N = mg - ma$

จะเห็นว่า กรณีที่ 2 น้ำหนักที่วัดได้ จะมากกว่าลิฟท์สภาวะความเร็วคงที่ และกรณีที่ 3 น้ำหนักที่วัดได้ จะน้อยกว่าลิฟท์สภาวะความเร็วคงที่

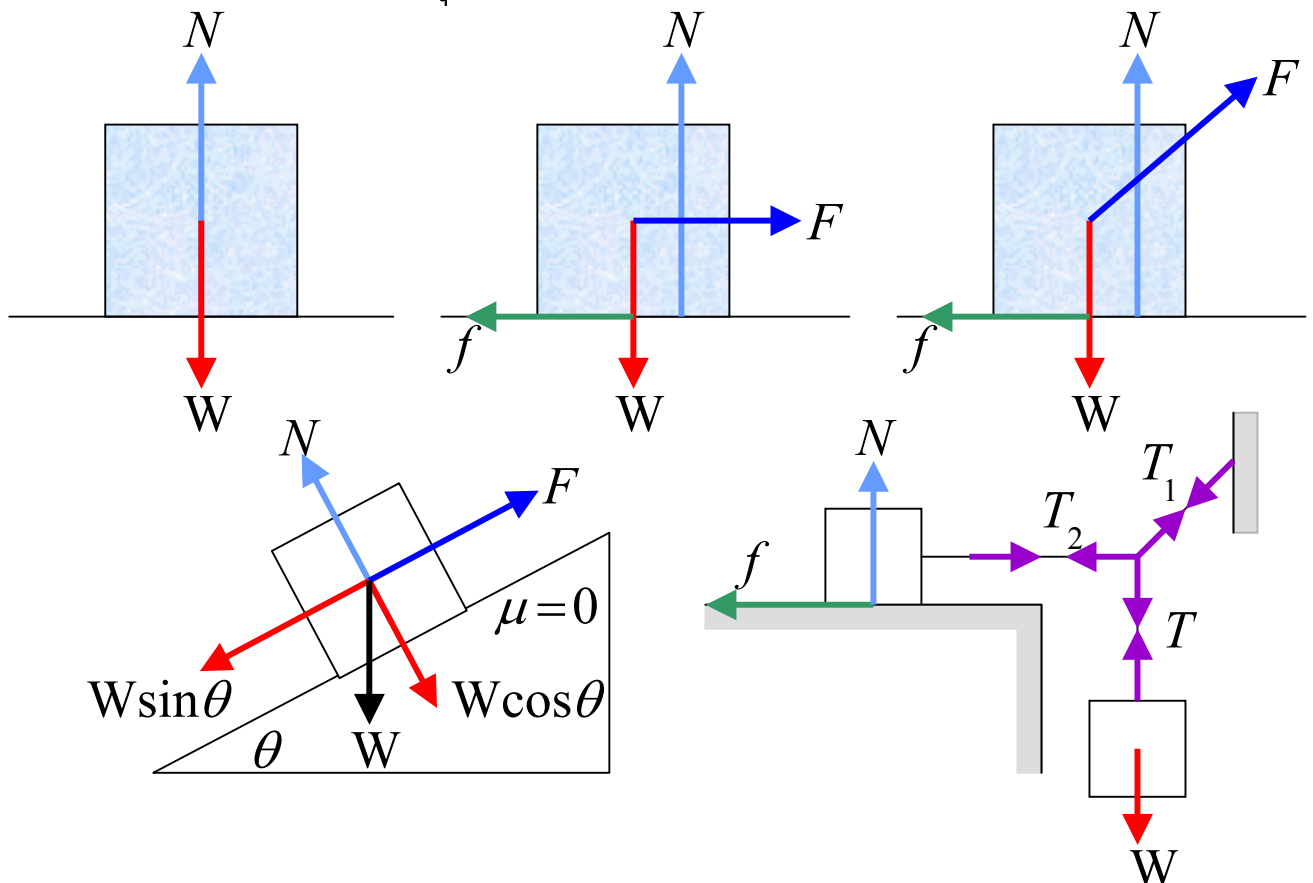
6. การประยุกต์ใช้กฎของนิวตัน

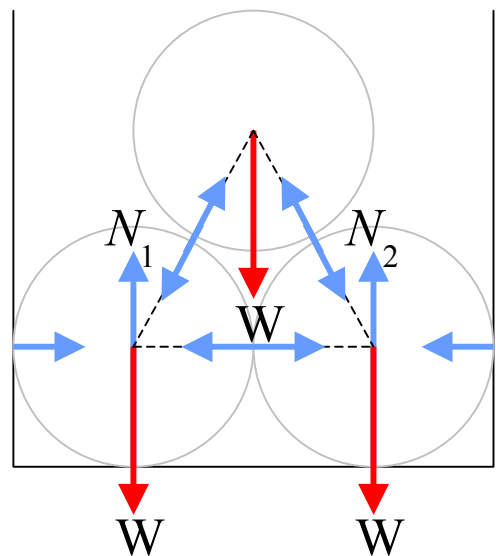
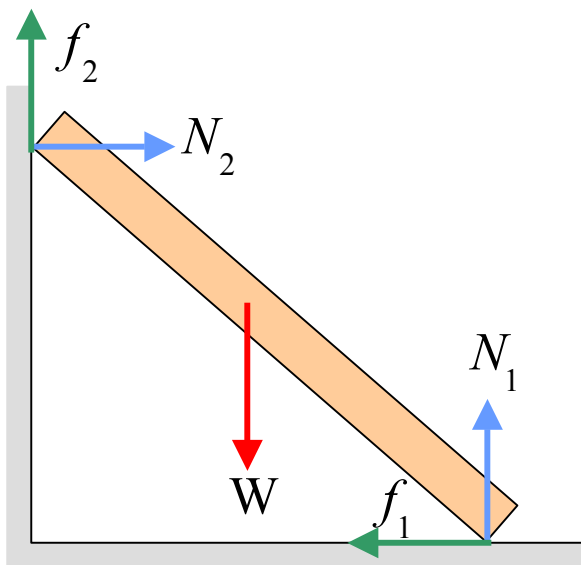
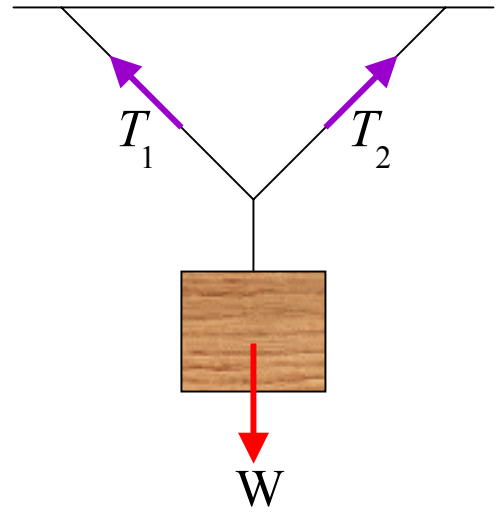
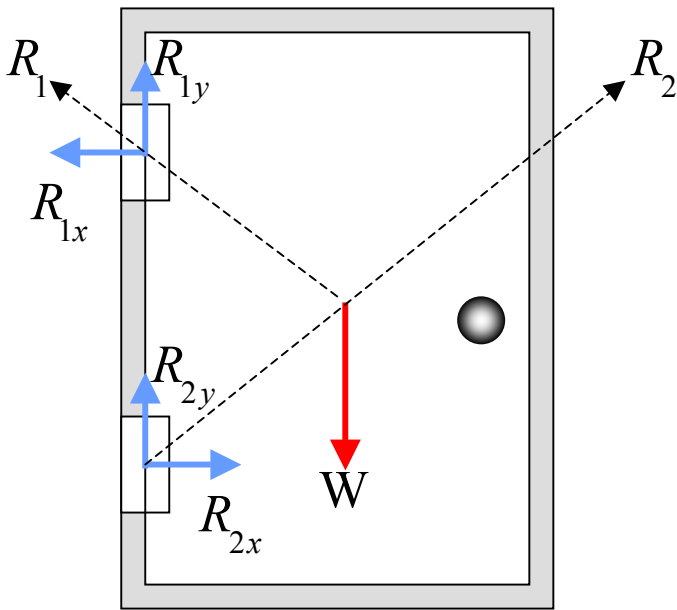
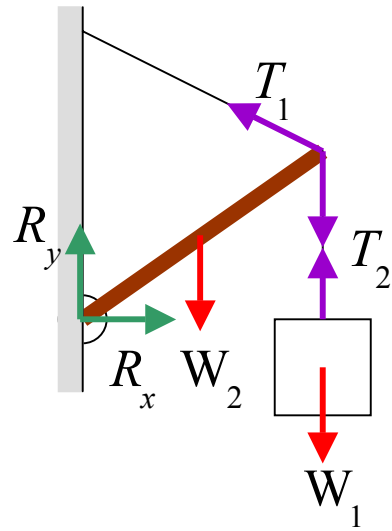
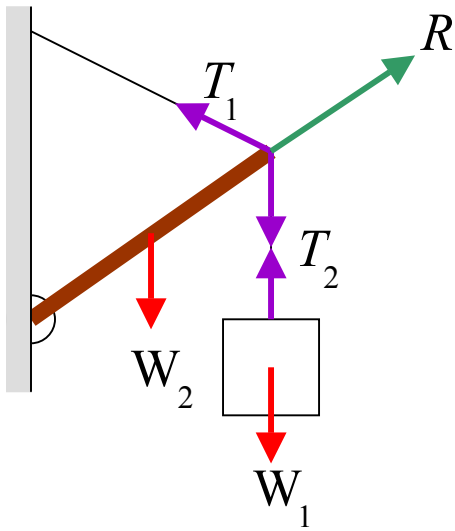
ตามกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันข้อที่ 1 วัตถุหยุดนิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ $\Sigma \vec{F} = 0$ เป็นกรณีเรียกว่า วัตถุสมดุลต่อการเคลื่อน (translation equilibrium) ในขณะที่มีการหมุน วัตถุสมดุลต่อการหมุน โมเมนต์ลัพธ์เป็นศูนย์ $\Sigma \vec{\tau} = 0$

ในการคำนวณสมดุลตามกฎข้อที่ 1 ของนิวตัน มีขั้นตอนดังนี้

1. อ่านโจทย์แล้ว เขียนรายละเอียด รูปภาพ พร้อมกำกับค่าที่ให้มา
2. แยกพิจารณาเป็นส่วน ๆ (free body diagram) แล้วใส่เวกเตอร์ของแรง
3. ในแต่ละส่วนนำมาเข้าสมการ $\Sigma \vec{F}_x = 0, \Sigma \vec{F}_y = 0, \Sigma \vec{F}_z = 0$
4. ถ้าวัตถุเกิดการหมุน จะต้องเข้าสมการให้โมเมนต์ลัพธ์เป็นศูนย์ $\Sigma \vec{\tau} = 0$

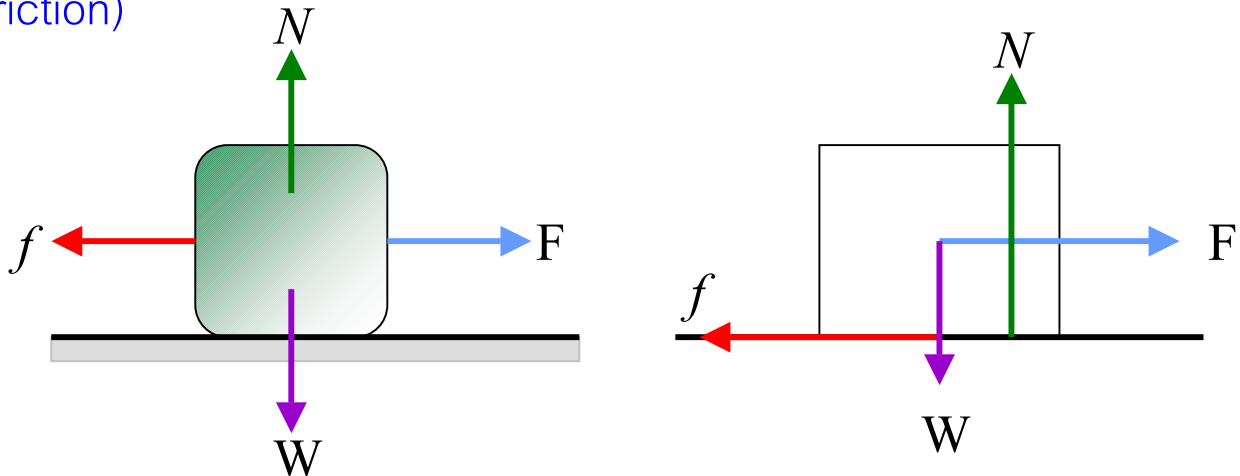
ตัวอย่างการพิจารณาสมดุลต่อไปนี้ แล้วใส่เวกเตอร์ให้ครบในแต่ละส่วน





7. ความเสียดทาน

เมื่อพื้นผิวหนึ่งสัมผัสกับอีกพื้นผิวหนึ่ง จะเกิดความเสียดทาน (friction) ระหว่างพื้นผิว แรงที่เกิดจากความเสียดทานเรียกว่า **แรงเสียดทาน (force of friction)**



ความเสียดทานในกรณีที่วัตถุไม่เคลื่อนที่ เรียกว่า ความเสียดทานสถิต (static friction) ความเสียดทานขณะวัตถุเคลื่อนที่เรียกว่า ความเสียดทานจลน์ (kinetic friction) ผลของการทดลองแสดงกฎของความเสียดทานดังนี้

1. แรงเสียดทานแปรโดยตรงกับแรงกดระหว่างพื้นผิว
2. แรงเสียดทานไม่ขึ้นกับพื้นที่ผิวสัมผัส
3. แรงเสียดทานไม่ขึ้นกับอัตราเร็วของผิวสัมผัส ที่อัตราเร็วสูง แรงเสียดทานอาจมีค่าลดลง

แรงเสียดทาน มีค่าขึ้นกับขนาดของแรงปฏิกิริยาตั้งฉากกับพื้น $f = \mu N$

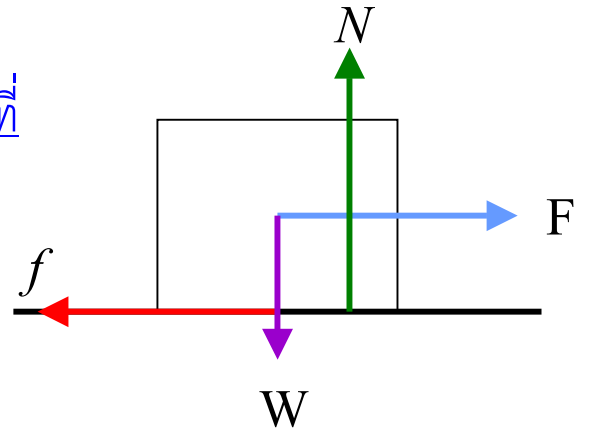
โดยที่ ค่า μ คือสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

ลักษณะต่าง ๆ เกี่ยวกับแรงเสียดทาน

ก. เมื่อวัตถุถูกแรงกระทำ แต่ยังไม่เคลื่อนที่

แรงเสียดทาน = แรงจุดหรือแรงผลักวัตถุ

$f = F$ มีค่าน้อยกว่าแรงเสียดทานสูงสุด



ข. เมื่อวัตถุเริ่มมีการเคลื่อนที่ เนื่องจากแรงกระทำขนานกับพื้น

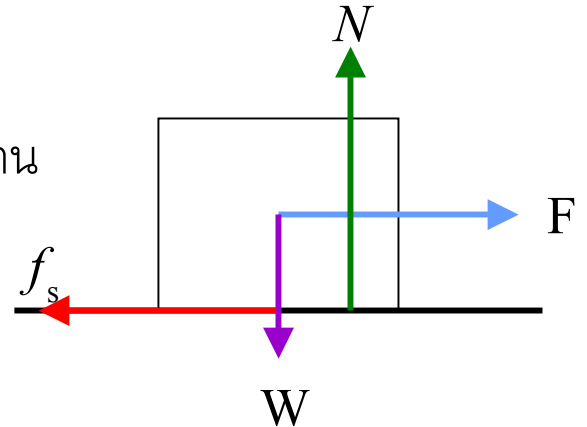
แรงเสียดทาน = แรงเสียดทานที่มีค่าสูงสุด เรียกว่าแรงเสียดทานสถิต

$$F = f_s = \mu_s N$$

เมื่อ μ_s เรียกว่า สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

สถิต (coefficient of static friction)

$$f_{\max} = \mu_s N$$



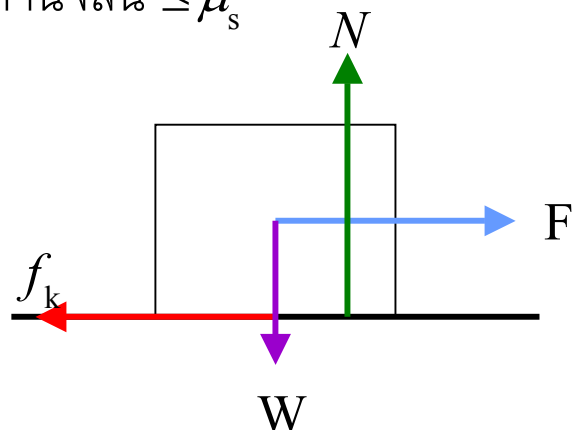
ค. เมื่อวัตถุเคลื่อนที่แล้ว แรงกระทำที่ขนานกับพื้นมีค่าน้อยลง จะได้ว่า

แรงเสียดทาน = แรงเสียดทานจลน์ มีค่าน้อยกว่าแรงเสียดทานสูงสุด

$$f_k = \mu_k N \leq F$$

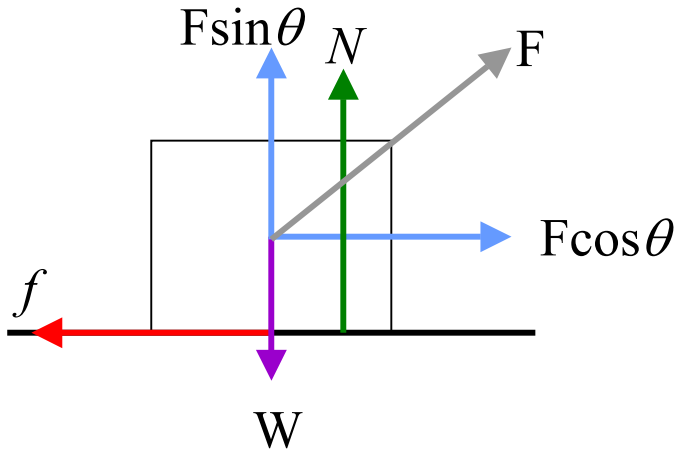
เมื่อ μ_k เรียกว่า สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์ $\leq \mu_s$

(coefficient of kinetic friction)



ง. แรงเสียดทานที่เกิดจากแรงกระทำที่ไม่ขนานกับพื้น

แรงกดหรือแรงปฏิกิริยาตั้งฉากจะไม่เท่ากับน้ำหนักตามรูป เมื่อวัตถุอยู่นิ่ง เริ่มเคลื่อนที่หรือเคลื่อนที่ในแนวระดับ จะได้ว่า



$$N + F \sin \theta = W$$

$$N = W - F \sin \theta$$

$$f = \mu N = \mu(W - F \sin \theta)$$

จ. แรงเสียดทานของพื้นเอียง

แรงที่จะทำให้วัตถุตกคือ

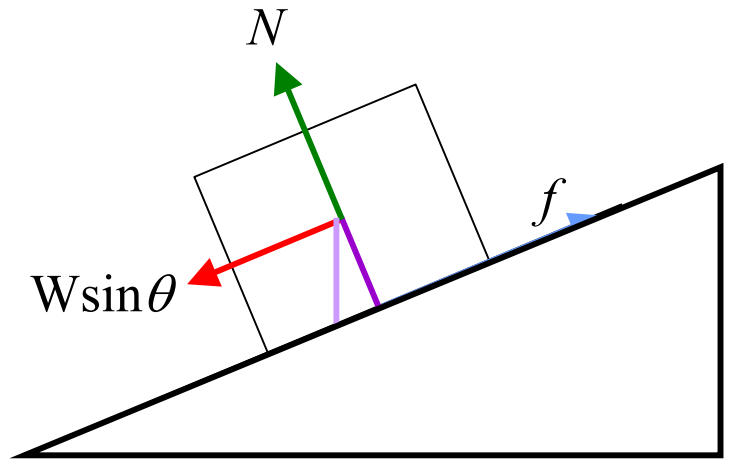
$$F = W \sin \theta = f$$

แรงปฏิกิริยาตั้งฉาก

$$N = W \cos \theta$$

สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

$$\mu = \frac{f}{N} \quad ; \quad \mu = \frac{W \sin \theta}{W \cos \theta} = \tan \theta$$



แรงเสียดทานที่กล่าวมาข้างต้น เป็นแรงเสียดทานแบบเลื่อน (sliding friction) ซึ่งแรงเสียดทานมีค่ามาก แรงเสียดทานแบบกลิ้งหรือหมุน (rolling friction) จะมีค่าสัมประสิทธิ์น้อยกว่า $\mu_s > \mu_k > \mu_r$

ความเสียดทานยังขึ้นอยู่กับปัจจัยภายนอก อย่างอื่น เช่น ความขรุขระของผิว อุณหภูมิ ความชื้น และสิ่งอื่น ๆ

8. ทอร์ก

เมื่อมีแรงกระทำต่อวัตถุ แล้วทำให้วัตถุหมุน หรือพยายามจะหมุนรอบแกนใดแกนหนึ่ง เราเรียกผลของแรงกระทำแล้วทำให้เกิดการหมุนนี้ว่า เกิดโมเมนต์ของแรง (moment of force) หรือ ทอร์ก (torque) ขึ้น กล่าวได้ว่า

โมเมนต์ คือผลของแรงกระทำที่ทำให้เกิดการหมุนซึ่งกำหนดให้มีค่าเท่ากับ แรงคูณด้วยการกระจัดในแนวตั้งฉากจากแนวแรงไปยังจุดหมุน

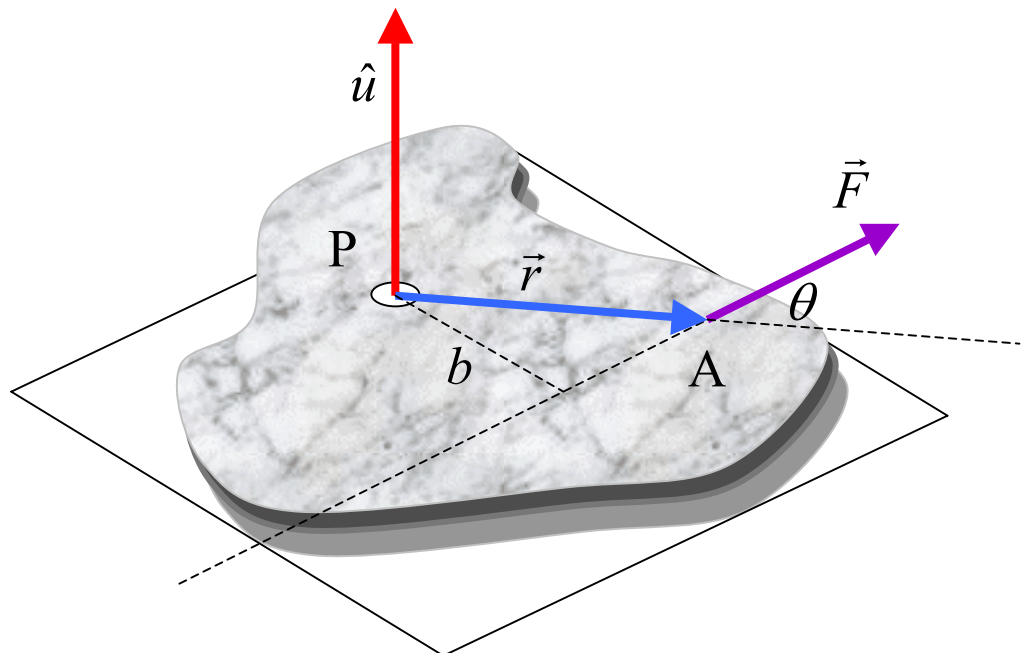
ตามรูป แรง \vec{F} กระทำต่อวัตถุที่จุด A ถ้าวัตถุสามารถหมุนได้รอบแกนที่ผ่านจุด P ระยะตั้งฉาก b เรียกว่า แขนของโมเมนต์

ทอร์กรอบแกน P

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau = rF \sin\theta \hat{u}$$

ทิศของ \hat{u} ตั้งฉากกับ ระนาบของ \vec{r} และ \vec{F} เสมอ



โมเมนต์แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา และ โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา

ในระบบพิกัดแกนมุมฉาก

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

$$\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$$

สามารถเขียนในรูปดีเทอร์มิแนนท์ได้ว่า

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

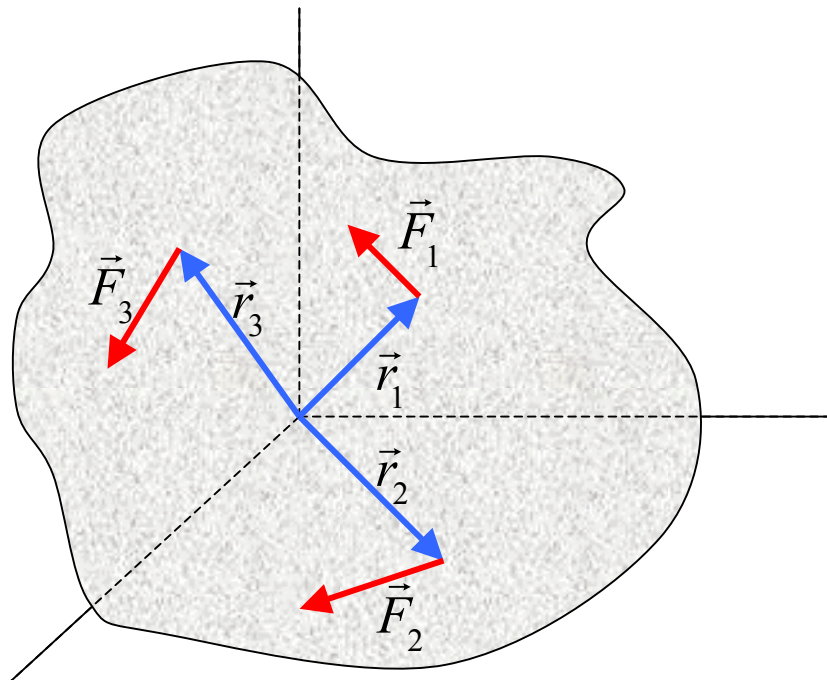
กรณีมีแรงย่อยหลายแรงกระทำ ได้ว่า

$$\vec{\tau}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1$$

$$\vec{\tau}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$$

$$\vec{\tau}_3 = \vec{r}_3 \times \vec{F}_3$$

$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_3$$



โมเมนต์ลัพธ์จะมีค่าเท่ากับผลรวมโมเมนต์ย่อย

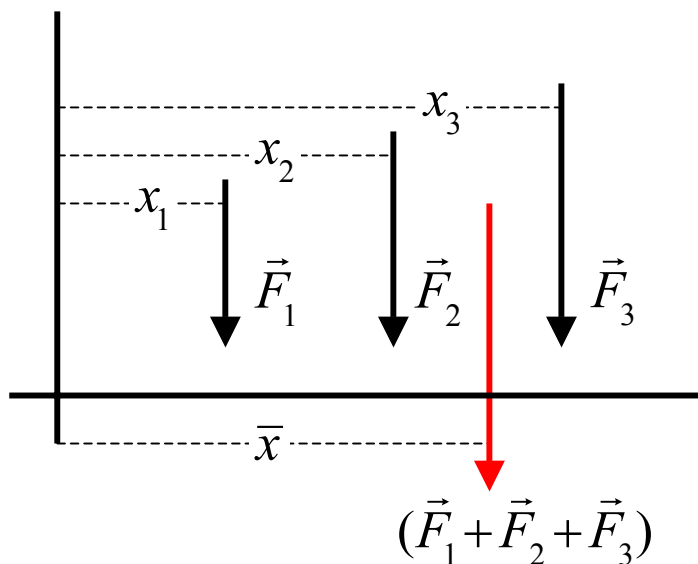
$$\Sigma \vec{\tau} = \Sigma \vec{\tau}_i$$

9. แรงขนาน

แรงขนาน คือแรงที่มีทิศขนานกัน ดังนั้นแรงย่อยจะทำมุม 0° หรือ 180° การหาค่าแรงลัพธ์ของแรงขนานจึงหาได้จากการบวกและลบขนาดของแรงแต่ละแรงนั่นเอง แรงลัพธ์ $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots$ มีทิศไปตามแรงฝ่ายที่มากกว่า

ตำแหน่งของแรงลัพธ์หาได้โดยการหาทอร์กกรอบแกนใดแกนหนึ่ง โดยทอร์กของแรงลัพธ์จะเท่ากับผลบวกของทอร์กของแรงย่อย

แรงขนานประกอบด้วย $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ ในระนาบ xy โดยแนวแรงขนานกับแกน y พิกัดทางแกน x ของแรงทั้งสามเป็น x_1, x_2, x_3



ใช้หลักของโมเมนต์รวมเท่ากับผลรวมของโมเมนต์ย่อยรวมกัน

$$\Sigma \vec{F} \cdot \vec{x} = F_1 x_1 + F_2 x_2 + F_3 x_3$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma F_i x_i}{\Sigma F}$$

ในทำนองเดียวกัน สามารถหาได้ในแต่ละพิกัดแกนได้ว่า

$$\bar{y} = \frac{\Sigma F_i y_i}{\Sigma F}$$

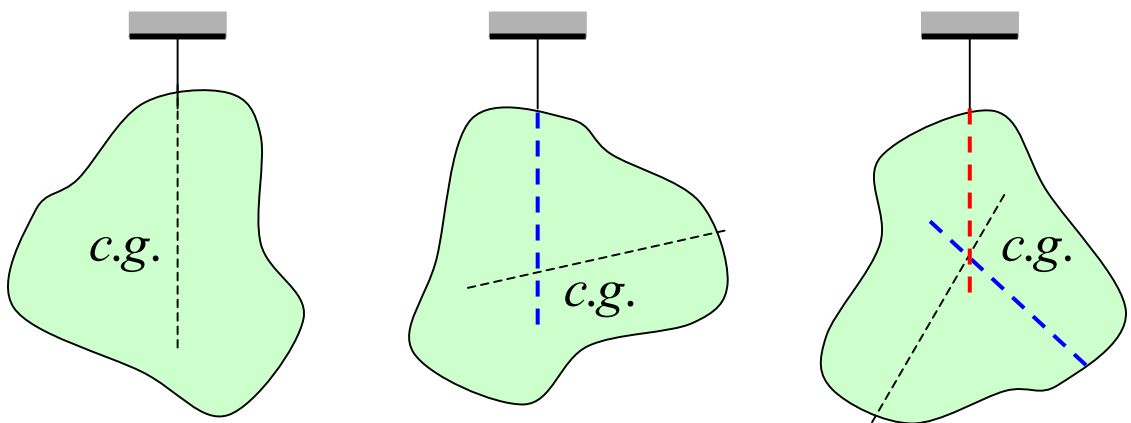
$$\bar{z} = \frac{\Sigma F_i z_i}{\Sigma F}$$

10. จุดศูนย์กลางความถ่วง (ศ.ถ.)

จุดศูนย์กลางความถ่วง (center of gravity) คือจุดที่เสมือนว่าเป็น จุดรวมของน้ำหนักวัตถุทั้งก้อน

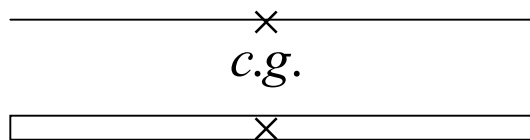
น้ำหนักของวัตถุทั้งก้อนคือแรงลัพธ์ของแรงขนาน ที่กระทำต่อมวลของอนุภาคของวัตถุในทิศเข้าสู่จุดศูนย์กลางของโลกหรือมีทิศดิ่งลง

การหาจุดศูนย์กลางความถ่วงของวัตถุในทางปฏิบัติ ทำได้โดยใช้เชือกเล็ก ๆ ผูกติดกับลูกดิ่งแล้วหาจุดตัดของแนว แนวเส้นเชือกซึ่งจะเป็นตำแหน่งจุดศูนย์กลางความถ่วงดังรูป

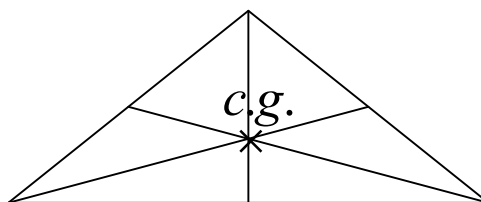


จุดศูนย์กลางความถ่วงของวัตถุรูปทรงเรขาคณิตหาได้ดังนี้

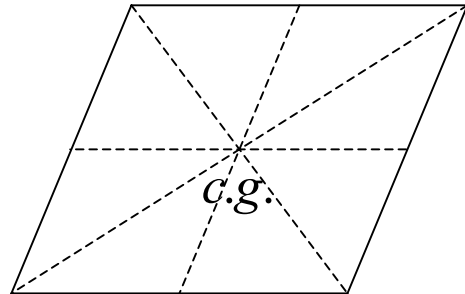
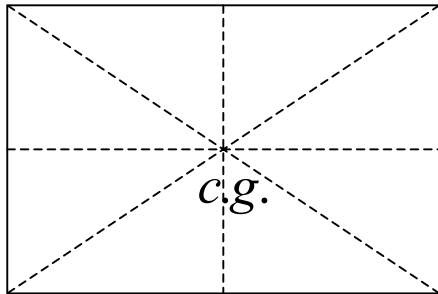
1. ท่อนตรงสม่ำเสมอ จุดศูนย์กลางความถ่วงอยู่ที่จุดกึ่งกลางแท่ง



2. รูปสามเหลี่ยม จุดศูนย์กลางความถ่วงอยู่ที่จุดที่เส้นมัธยฐานตัดกัน



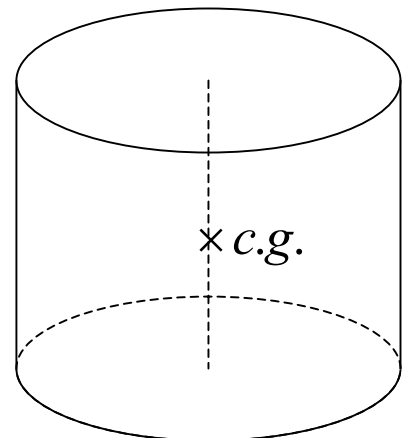
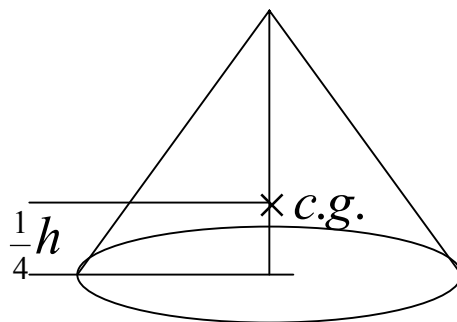
3. รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จุดศูนย์กลางความถ่วงอยู่ที่จุดตัดของเส้นแบ่งครึ่งด้านหรือจุดตัดของเส้นทแยงมุม



4. แผ่นวงกลม จุดศูนย์กลางความถ่วงอยู่ที่จุดศูนย์กลางวงกลม

5. รูปร่างทรงกลม อยู่ที่จุดศูนย์กลางทรงกลม

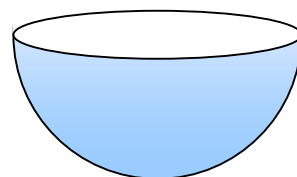
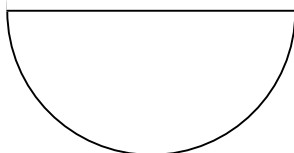
6. รูปทรงกระบอก จุดศูนย์กลางความถ่วงอยู่ที่กึ่งกลางเส้นต่อวงกลมหัวท้าย จุดศูนย์กลาง



7. รูปกรวยตัน จุดศูนย์กลางความถ่วงอยู่ที่ $\frac{1}{4}$ ของเส้นแกนกลาง

8. รูปครึ่งวงกลม จุดศูนย์กลางความถ่วงอยู่ที่ $\frac{4R}{3\pi}$

9. รูปครึ่งทรงกลม จุดศูนย์กลางความถ่วงอยู่ที่ $\frac{3}{8}R$



11. จุดศูนย์กลางมวล (center of mass)

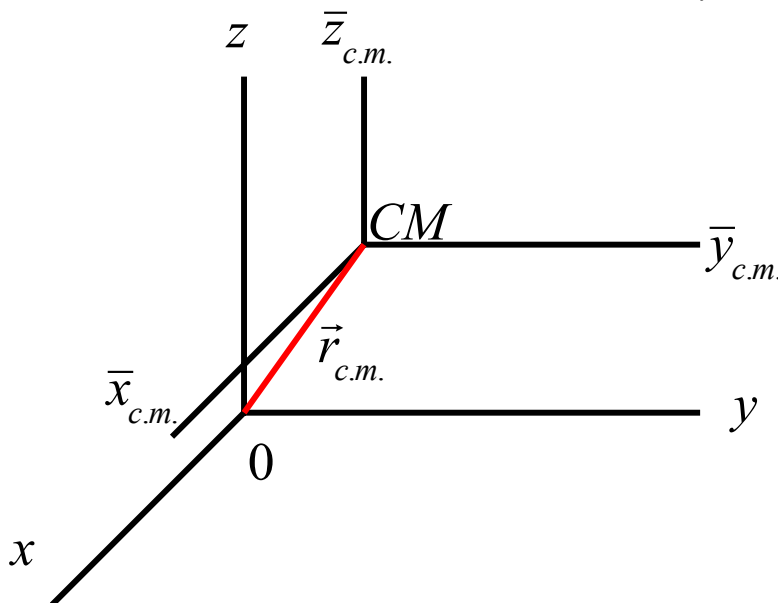
จุดศูนย์กลางมวลถือว่าเป็นจุดเสมือนมวลสำหรับวัตถุขนาดใหญ่ หรือระบบอนุภาครวมอยู่ที่จุดนั้น โดยปกติจุดศูนย์กลางมวลและจุดศูนย์กลางความถ่วง จะเป็นจุดเดียวกันและอาจอยู่ภายในหรือภายนอกวัตถุก็ได้ ถ้าวัตถุมีขนาดใหญ่มาก

ในทำนองเดียวกันกับจุดศูนย์กลางความถ่วงก็จะหาจุดศูนย์กลางมวล

$$\bar{x}_{c.m.} = \frac{\sum x_i m_i}{\sum m}$$
$$\bar{y}_{c.m.} = \frac{\sum y_i m_i}{\sum m}$$
$$\bar{z}_{c.m.} = \frac{\sum z_i m_i}{\sum m}$$

ให้ $\bar{x}_{c.m.}, \bar{y}_{c.m.}, \bar{z}_{c.m.}$ คือจุดพิกัดของจุดศูนย์กลางมวล ถ้าให้ \vec{r} เป็นเวกเตอร์

ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางมวล จะได้ $r_{c.m.} = \frac{\sum m_i r_i}{m}$



เทียบกับแกนพิกัด xyz กับแกนพิกัด $\bar{x}_{c.m.}, \bar{y}_{c.m.}, \bar{z}_{c.m.}$ จะมีจุดกำเนิดที่จุด CM

หนังสืออิเล็กทรอนิกส์	
ฟิสิกส์ 1(ภาคกลศาสตร์(ฟิสิกส์ 1 (ความร้อน)
ฟิสิกส์ 2	กลศาสตร์เวกเตอร์
โลหะวิทยาฟิสิกส์	เอกสารคำสอนฟิสิกส์ 1
ฟิสิกส์ 2 (บรรยาย(แก้ปัญหาฟิสิกส์ด้วยภาษา C
ฟิสิกส์พิศวง	สอนฟิสิกส์ผ่านทางอินเทอร์เน็ต
ทดสอบออนไลน์	วิดีโอการเรียนการสอน
หน้าแรกในอดีต	แผ่นใสการเรียนการสอน
เอกสารการสอน PDF	กิจกรรมการทดลองทางวิทยาศาสตร์
แบบฝึกหัดออนไลน์	สุดยอดสิ่งประดิษฐ์
การทดลองเสมือน	
บทความพิเศษ	ตารางธาตุไทย1) 2 (Eng)
พจนานุกรมฟิสิกส์	ลับสมองกับปัญหาฟิสิกส์
ธรรมชาติมหัศจรรย์	สูตรพื้นฐานฟิสิกส์
การทดลองมหัศจรรย์	ดาราศาสตร์ราชมงคล
แบบฝึกหัดกลาง	
แบบฝึกหัดโลหะวิทยา	แบบทดสอบ
ความรู้รอบตัวทั่วไป	อะไรเอ่ย ?
ทดสอบ)เกมเศรษฐี(คติปริศนา
ข้อสอบเอนทรานซ์	เฉลยกลศาสตร์เวกเตอร์
คำศัพท์ประจำสัปดาห์	
ความรู้รอบตัว	
การประดิษฐ์ของโลก	ผู้ได้รับโนเบลสาขาฟิสิกส์
นักวิทยาศาสตร์เทศ	นักวิทยาศาสตร์ไทย
ดาราศาสตร์พิศวง	การทำงานของอุปกรณ์ทางฟิสิกส์
การทำงานของอุปกรณ์ต่าง ๆ	

 การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ 1 	
1. การวัด	2. เวกเตอร์
3. การเคลื่อนที่แบบหนึ่งมิติ	4. การเคลื่อนที่บนระนาบ
5. กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน	6. การประยุกต์กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน
7. งานและพลังงาน	8. การดลและโมเมนตัม
9. การหมุน	10. สมดุลของวัตถุแข็งเกร็ง
11. การเคลื่อนที่แบบคาบ	12. ความยืดหยุ่น
13. กลศาสตร์ของไหล	14. ปริมาณความร้อน และ กลไกการถ่ายโอนความร้อน
15. กฎข้อที่หนึ่งและสองของเทอร์โมไดนามิก	16. คุณสมบัติเชิงโมเลกุลของสสาร
17. คลื่น	18. การสั่น และคลื่นเสียง
 การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ 2 	
1. ไฟฟ้าสถิต	2. สนามไฟฟ้า
3. ความกว้างของสายฟ้า	4. ตัวเก็บประจุและการต่อตัวต้านทาน
5. ศักย์ไฟฟ้า	6. กระแสไฟฟ้า
7. สนามแม่เหล็ก	8. การเหนี่ยวนำ
9. ไฟฟ้ากระแสสลับ	10. ทรานซิสเตอร์
11. สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและเสาอากาศ	12. แสงและการมองเห็น
13. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ	14. กลศาสตร์ควอนตัม
15. โครงสร้างของอะตอม	16. นิวเคลียร์
 การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ทั่วไป 	
1. จลศาสตร์ (kinematic)	2. จลพลศาสตร์ (kinetics)
3. งานและโมเมนตัม	4. ซิมเปิลฮาร์โมนิก คลื่น และเสียง
5. ของไหลกับความร้อน	6. ไฟฟ้าสถิตกับกระแสไฟฟ้า
7. แม่เหล็กไฟฟ้า	8. คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ากับแสง
9. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ อะตอม และนิวเคลียร์	

